**********　　2023年 3月
*　「部材３次元振動解析K」の紹介　　*　　［著者］黒田 英夫
****

＜プログラム開発環境＞

OS：Windows 11　　・・・.NET Framework 4.8が必要

言語：Visual Basic 2022（Visual Studio 2022 Community）

＜プログラムと本書の著作権＞

フリーソフトで、著作権を開放します

****

「部材３次元体解析K（Ｂａｒｓ３Ｄ）」の構造データを用いて、自由振動の解析を行なうソフトを提供します。本ソフトは、上記構造解析のデータから振動解析用のデータを作成し、その振動解析用データについて固有値および固有ベクトルを算出するものです。また、計算結果の後処理として、変位モード図を作画できます。　なお、本ソフトでは、ＭＫ型およびＭＣＫ型のいずれの固有値問題も計算できます。

注）①「部材３次元体解析K（Ｂａｒｓ３Ｄ）」は算生会の有限要素法ソフトで、部材を組み合わせた３次元体弾性問題を解くものです。ここで、３次元体とはトラス構造（節点が回転自由接続）、ラーメン構造（節点が固定接続）、およびトラス・ラーメン混合を指します。上記ソフトに関しては、その説明書を参照してください。

②ＭＫ型およびＭＣＫ型の各行列の意味は次の通りです。

Ｍ行列：質量マトリックス　　Ｃ行列：減衰マトリックス

Ｋ行列：剛性マトリックス（構造解析のものと同じ）

③ＭＫ型およびＭＣＫ型の振動固有値問題の計算方法については、算生会ソフト「振動固有値解析（ＶｉｂＥｉｇｅｎ）」の説明書を参照してください。

[備考]本書の解析事例の計算時間は、下記仕様のパソコンによります。

CPU：3GHz(64bit、4コア)　　RAM：16GB

＜目次＞

ページ

第1章 振動解析の計算方法 ---------- 2

第2章 プログラムの機能・構成 ---------- 12

第3章 例題 ---------- 17

第4章 「Bars3Dデータ」処理プログラム ---------- 20

第5章 「データ」処理プログラム ---------- 23

第6章 「計算」プログラム ---------- 36

第7章 「後処理」プログラム ---------- 56

[参考文献] ---------- 67

第1章 振動解析の計算方法

本ソフトでは、部材３次元体構造（トラスおよびラーメン）について、以下のＭＫ型およびＭＣＫ型の自由振動固有値問題を解析します。一般のＭＫ型およびＭＣＫ型の振動固有値問題としての計算方法については、参考文献B8)等によります。

1.1 ＭＫ型

慣性力だけが作用する場合の方程式は次式で示されます。

$$Ｋｕ＝－Ｍ\frac{d^2 u}{dt^2} \qquad (1\text{-}1)$$

ただし、Ｋ：剛性マトリックス（対称）

Ｍ：質量マトリックス（対称、正定値）・・・慣性力に相当

ｕ：変位ベクトル

ｔ：時間

本問題の一般解は次式で表わさます。

$$ｕ＝(a\ \sin\omega t＋b\ \cos\omega t)\ x \qquad (1\text{-}2)$$

ただし、ｘ：固有ベクトル・・・変位

ω：固有角速度（2πで割ると固有振動数）

a、b：任意定数

(1-2)式を(1-1)式に代入することにより次の行列方程式が得られます。

$$Ｋｘ＝\lambda Ｍｘ \qquad (1\text{-}3)$$

ただし、λ：固有値

$$\lambda＝\omega^2 \qquad (1\text{-}4)$$

すなわち、(1-3)式の固有値λと固有ベクトルｘを算出できれば、(1-2)式の解ベクトルｕが得られます。このように慣性力だけが作用する場合の振動固有値問題をＭＫ型と呼びます。

1.2 ＭＣＫ型

慣性力の他に減衰力が加わる場合の方程式は次式で示されます。

$$Ｋｕ＝－Ｍ\frac{d^2 u}{dt^2}－Ｃ\frac{du}{dt} \qquad (1\text{-}5)$$

ただし、Ｃ：減衰マトリックス（対称）

本問題の基本解は次式で表わされます。

$$ｕ＝ｅ^{\mu t}ｚ \qquad (1\text{-}6)$$

ただし、μ：固有値（複素数）

$$\mu＝\alpha＋ｉ\beta \qquad (1\text{-}7)$$

α、β：実数　　ｉ：虚数記号（以下同じ）

ｚ：固有ベクトル（複素数）

$$ｚ＝ｘ＋ｉｙ \qquad (1\text{-}8)$$

ｘ、ｙ：実数ベクトル

(1-6)式を(1-5)式に代入すると、次式が得られます。

$$\mu^2 M z + \mu C z + K z = 0 \qquad (1\text{-}9)$$

すなわち、(1-9)式の固有値μと固有ベクトルzを算出できれば、(1-6)式の解ベクトルuが得られます。このように慣性力と減衰力が作用する場合の振動固有値問題をＭＣＫ型と呼びます。

上記の固有値μと固有ベクトル**z**については、それらが複素数の場合は、必ず共役複素数の $\bar{\mu}$ と $\bar{z}$ が対の解となるので、(1-6)式のかわりに次式を作成します。

$$u = e^{\mu t} z + e^{\bar{\mu} t} \bar{z} \qquad (1\text{-}10)$$

(1-10)式に(1-7)式、(1-8)式を代入して整理すると、次式が得られます。

$$\mathbf{u} = e^{\alpha t}(\cos\beta t \cdot \mathbf{x} - \sin\beta t \cdot \mathbf{y}) \qquad (1\text{-}11)$$

ＭＣＫ型の特別なケースとして、比例減衰の場合があります。比例減衰とは次式のように、減衰マトリックスＣが質量マトリックスＭと剛性マトリックスＫに比例した式で表わされるものです。

$$C = aM + bK \qquad (1\text{-}12)$$

ただし、a、b：比例定数

(1-12)式を(1-9)式に代入し、ベクトルzのかわりにxとおくと次式となります。

$$\mu^2 M \mathbf{x} + \mu (aM + bK)\mathbf{x} + K\mathbf{x} = 0 \qquad (1\text{-}13)$$

$$\therefore (\mu^2 + a\mu) M \mathbf{x} + (b\mu + 1) K \mathbf{x} = 0 \qquad (1\text{-}14)$$

$$\therefore K\mathbf{x} = -\{(\mu^2 + a\mu)/(b\mu + 1)\} M \mathbf{x} \qquad (1\text{-}15)$$

$$\therefore K\mathbf{x} = \lambda M \mathbf{x} \qquad (1\text{-}16)$$

ただし、$\lambda = -(\mu^2 + a\mu)/(b\mu + 1)$ (1-17)

すなわち、(1-16)式のＭＫ型振動固有値問題に帰着します。そして、同式の実数固有値λが求まったら、(1-17)式を次のようにμの2次方程式に展開してＭＣＫ型としての固有値μを算出します。

$$\mu^2 + (a + b\lambda)\mu + \lambda = 0 \qquad (1\text{-}18)$$

$$\therefore \quad \mu = \frac{-(a + b\lambda) \pm \sqrt{(a + b\lambda)^2 - 4\lambda}}{2} \qquad (1\text{-}19)$$

なお、(1-19)式でμは根号内の正負により実数または複素数となります。

＜比例減衰の臨界減衰係数＞

振動を生じなくなる限界の減衰係数を臨界減衰係数と呼びます。比例減衰の場合は、(1-19)式の平方根内が0の条件が当てはまります。従って、質量比例だけの場合、または剛性比例だけの場合に、下記のように臨界減衰条件を表わせます。ただし、λはＭＫ型の最小固有値を使用します。

［質量比例の臨界減衰条件］ $a = 2\sqrt{\lambda}$ (1-20)

臨界減衰係数はＣ＝aMに(1-20)式を代入したものとなる。

［剛性比例の臨界減衰条件］　$b=\frac{2}{\sqrt{\lambda}}$　　(1-21)

臨界減衰係数はＣ＝bMに(1-21)式を代入したものとなる。

1.3 ダンパーの付加

ＭＣＫ型では、ダンパーを付加することもできます。ダンパーの説明図を図1-1に示します。同図のように、２つの節点間にダンパーを設け、減衰係数C_dを設定できます。減衰力は、(1-5)式の減衰マトリックスＣと同様、速度比例となります。なお、節点２には任意の外部点を用いることもできます。

◇節点２に外部点を用いる場合は、外部点のXYZ座標が必要です。

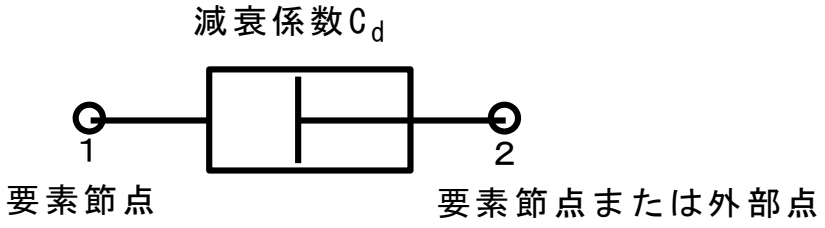


図1-1　　ダンパーの説明図

1.4 構造解析との関係

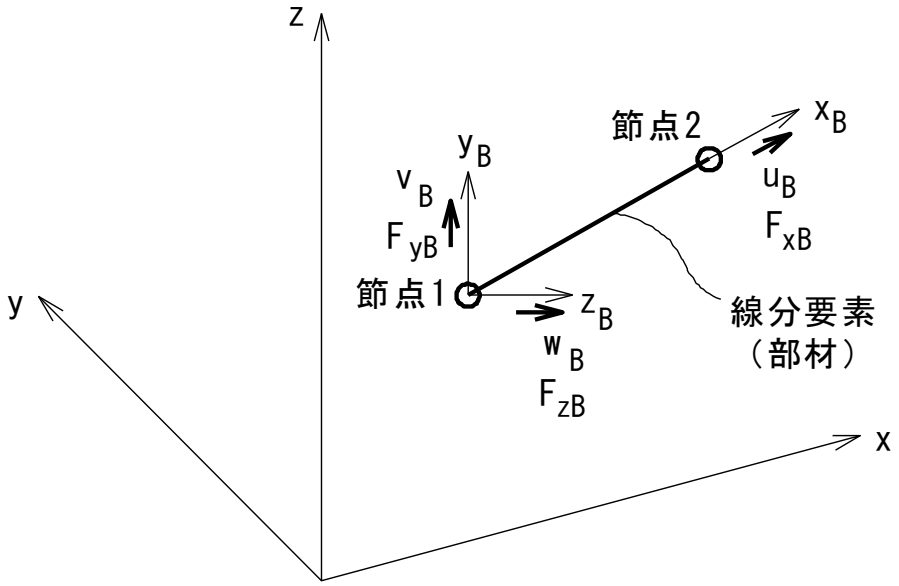
部材３次元体構造解析では、トラス構造、ラーメン構造、およびトラス・ラーメン混合構造を対象としています。トラスとラーメンの構造解析で使用される線分要素を図1-2と図1-3に示します。各節点の変位は、トラスではu、v、w、の３つ、ラーメンではu、v、w、θ_x、θ_y、θ_zの６つです。上述の変位ベクトルｕは、各節点のこれらの変位要素から成ります。

また、トラス・ラーメン混合構造における２種類の特殊要素を図1-4、1-5に示します。それらの特殊要素は一端が回転自由、多端が固定接続になっています。

振動解析では、構造解析用入力データを利用しますが、構造解析の荷重とは無関係です。また、振動解析用の剛性マトリックスＫは、構造解析において計算されるものと同じです。ただし、振動解析では、固定された（0である）変位を除いて固有値計算を行なうので、その分だけ行列Ｋの次数は減少したものとなります（他の行列も同様）。

①部材３次元体解析では強制変位も可能としていますが、本振動解析では強制変位を固定変位0に変換して処理します。

②バネ支持については、バネ定数は剛性マトリックスＫに組み込まれますが、初期バネ力は無視されます。



x、y、z：全体座標系

各方向変位と力をu、v、wとF_x、F_y、F_zとする。

x_B、y_B、z_B：部材座標系

部材軸方向をx_Bとする。

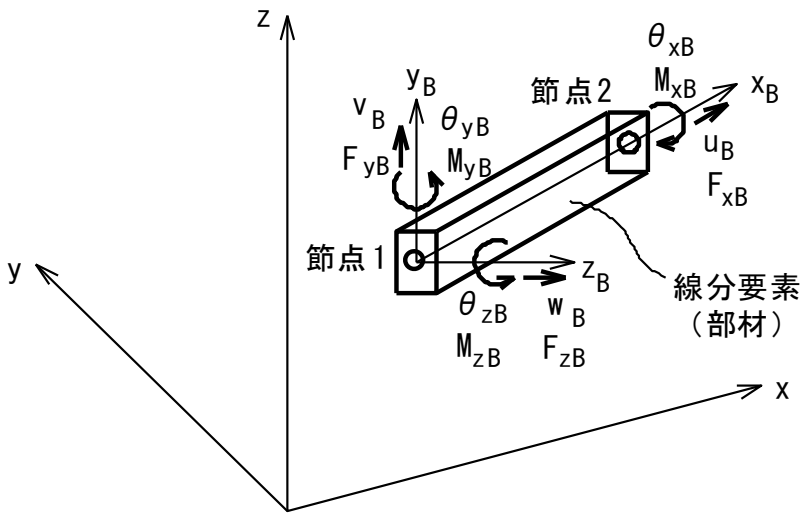
各方向変位、力等は上記変数に添え字Bを付して表わす。

線分要素の物性

E：ヤング率

γ：比重量（重力）、　A：断面積、　L：長さ

図1-2　トラス用の線分要素



x、y、z：全体座標系

各方向変位と力をu、v、wとF_x、F_y、F_zとする。
各方向の回転変位をθ_x、θ_y、θ_z、とモーメントを
M_x、M_y、M_zとする（右回りが正）。

x_B、y_B、z_B：部材座標系

部材軸方向をx_Bとする。
各方向変位、力等は上記変数に添え字Bを付して表わす。

線分要素の物性

E：ヤング率、　　ν：ポアソン比
γ：比重量（重力）、　　A：断面積、　　L：長さ
I_{yB}：y_B軸回りの断面2次モーメント
I_{zB}：z_B軸回りの断面2次モーメント
K：サンブナン捩り定数

図1-3　　ラーメン用の線分要素

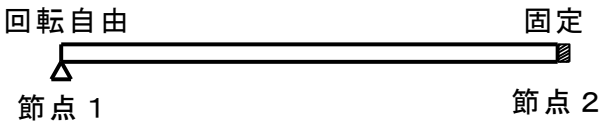


図1-4　左端回転自由・右端固定の要素

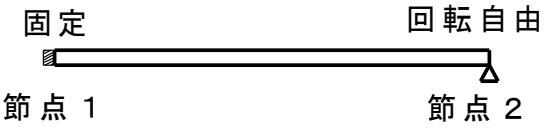


図1-5　左端固定・右端回転自由の要素

1.5 質量マトリックス

質量マトリックスは、線分要素の材料物性として密度ρを与えて計算します。構造解析では比重量（重力）γを設定できますが、このγは重力すなわち力の単位で与えており、振動解析の密度ρとは別です。なお、質量マトリックスを計算した後で、節点に慣性質量を追加することもできます。

質量マトリックスの計算方法としては、ＬＭ（Lumped Mass Matrix）法とＣＭ（Consistent Mass Matrix）法があります。ＬＭ法は節点集中質量を設定するもので、質量マトリックスが対角要素のみとなります。他方、ＣＭ法は有限要素法マトリックスに合わせて質量分配するもので、対角要素以外にも数値が入った質量マトリックスとなります。本ソフトではＣＭ法を採用しています。以下にその内容を説明します。

先ず、線分要素の質量Mは次式で表わされます。

$$M=\rho\cdot A\cdot L \tag{1-22}$$

1) トラスの質量マトリックス

トラスの場合、線分要素の質量マトリックスは次式で表わされます。ただし、行列の変位順は、u_{B1}　v_{B1}　w_{B1}　u_{B2}　v_{B2}　w_{B2} です。

$$[M_{eB}]=\begin{bmatrix} \frac{M}{3} & 0 & 0 & \frac{M}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{M}{3} & 0 & 0 & \frac{M}{6} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{M}{3} & 0 & 0 & \frac{M}{6} \\ \frac{M}{6} & 0 & 0 & \frac{M}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{M}{6} & 0 & 0 & \frac{M}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{M}{6} & 0 & 0 & \frac{M}{3} \end{bmatrix} \tag{1-23}$$

2) ラーメンの質量マトリックス

ラーメンの場合、線分要素の質量マトリックスは次式で表わされます[C12)]。ただし、行列の変位順は、u_{B1}　v_{B1}　w_{B1}　θ_{xB1}　θ_{yB1}　θ_{zB1}　u_{B2}　v_{B2}　w_{B2}　θ_{xB2}　θ_{yB2}　θ_{zB2} です。

$$[M_{eB}]=\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \tag{1-24}$$

$$[M_{11}]=\begin{bmatrix} \frac{M}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{13M}{35} & 0 & 0 & 0 & \frac{11ML}{210} \\ 0 & 0 & \frac{13M}{35} & 0 & -\frac{11ML}{210} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{Mr^2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{11ML}{210} & 0 & \frac{ML^2}{105} & 0 \\ 0 & \frac{11ML}{210} & 0 & 0 & 0 & \frac{ML^2}{105} \end{bmatrix} \tag{1-24a}$$

$$[M_{12}]=\begin{bmatrix} \frac{M}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9M}{70} & 0 & 0 & 0 & -\frac{13ML}{420} \\ 0 & 0 & \frac{9M}{70} & 0 & \frac{13ML}{420} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{Mr^2}{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{13ML}{420} & 0 & -\frac{ML^2}{140} & 0 \\ 0 & \frac{13ML}{420} & 0 & 0 & 0 & -\frac{ML^2}{140} \end{bmatrix} \tag{1-24b}$$

$$[M_{21}]=\begin{bmatrix} \frac{M}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9M}{70} & 0 & 0 & 0 & \frac{13ML}{420} \\ 0 & 0 & \frac{9M}{70} & 0 & -\frac{13ML}{420} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{Mr^2}{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{13ML}{420} & 0 & -\frac{ML^2}{140} & 0 \\ 0 & -\frac{13ML}{420} & 0 & 0 & 0 & -\frac{ML^2}{140} \end{bmatrix} \tag{1-24c}$$

$$[M_{22}]=\begin{bmatrix} \frac{M}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{13M}{35} & 0 & 0 & 0 & -\frac{11ML}{210} \\ 0 & 0 & \frac{13M}{35} & 0 & \frac{11ML}{210} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{Mr^2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{11ML}{210} & 0 & \frac{ML^2}{105} & 0 \\ 0 & -\frac{11ML}{210} & 0 & 0 & 0 & \frac{ML^2}{105} \end{bmatrix} \qquad (1\text{-}24d)$$

ただし、$r^2=(I_{yB}+I_{zB})/A$ (1-25)

(1-24)式は次式により全体座標系に変換されます。

$[M_e]=[T]'[M_{eB}][T]$ (1-26)

ここで、[T]：座標変換マトリックス。

部材x_B軸の全体xyz軸に対する方向余弦を(a_x, a_y, a_z)、同じくy_B軸の方向余弦を(b_x, b_y, b_z)、z_B軸の方向余弦を(c_x, c_y, c_z)と置くと、次式で表わされます。

$$[T]=\begin{bmatrix} T_c & O & O & O \\ O & T_c & O & O \\ O & O & T_c & O \\ O & O & O & T_c \end{bmatrix} \qquad (1\text{-}27)$$

$$[T]=\begin{bmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{bmatrix} \qquad (1\text{-}27a)$$

3) 左端回転自由・右端固定の要素（要素種類３）

質量マトリックスは次式で表わされます。

$$
[M_{eB}]=\begin{bmatrix}
\frac{M}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{M}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{M}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2M}{15} & 0 & 0 & 0 & -\frac{ML}{20} \\
0 & 0 & \frac{M}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2M}{15} & 0 & \frac{ML}{20} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{M}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{M}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{2M}{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{8M}{15} & 0 & 0 & 0 & -\frac{7ML}{60} \\
0 & 0 & \frac{2M}{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{8M}{15} & 0 & \frac{7ML}{60} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{ML}{20} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{7ML}{60} & 0 & \frac{ML^2}{30} & 0 \\
0 & -\frac{ML}{20} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{7ML}{60} & 0 & 0 & 0 & \frac{ML^2}{30}
\end{bmatrix} \tag{1-28}
$$

4) 左端固定・右端回転自由の要素（要素種類４）

質量マトリックスは次式で表わされます。

$$
[M_{eB}]=\begin{bmatrix}
\frac{M}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{M}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{8M}{15} & 0 & 0 & 0 & \frac{7ML}{60} & 0 & \frac{2M}{15} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{8M}{15} & 0 & -\frac{7ML}{60} & 0 & 0 & 0 & \frac{2M}{15} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\frac{7ML}{60} & 0 & \frac{ML^2}{30} & 0 & 0 & 0 & -\frac{ML}{20} & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{7ML}{60} & 0 & 0 & 0 & \frac{ML^2}{30} & 0 & \frac{ML}{20} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{M}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{M}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{2M}{15} & 0 & 0 & 0 & \frac{ML}{20} & 0 & \frac{M}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{2M}{15} & 0 & -\frac{ML}{20} & 0 & 0 & 0 & \frac{M}{5} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix} \tag{1-29}
$$

1.6 減衰マトリックス

1)比例減衰の場合

一括して質量比例および剛性比例の減衰係数を入力設定します。質量マトリックスＫおよび剛性マトリックスＫは通常の行列（バンドマトリックス）なので、減衰マトリックスＣも通常の行列となります。

2)減衰個別設定の場合

減衰マトリックスＣは、実際の減衰構造に応じて各節点の変位毎に、個別に入力設定します。本ソフトでは、対角要素のみを採用しています。

第2章 プログラムの機能・構成

［ＶＢプロジェクト名］Ｂａｒｓ３Ｖｉｂ

表2-1に本ソフトの解析機能を示します。同表のように、ＭＫ型とＭＣＫ型の２種類の振動方程式に対応しています。また、ＭＣＫ型の減衰係数は、比例減衰と個別設定を選択できます。さらに、ＭＣＫ型ではダンパーを付加できます。

表2-1　「Ｂａｒｓ３Ｖｉｂ」解析機能

振動方程式の種類		内　容
1.ＭＫ型		◇質量マトリックスと剛性マトリックスから構成される自由振動の固有値計算 ◇固有値、固有ベクトルとも実数
2.ＭＣＫ型	1)比例減衰	◇質量マトリックス、剛性マトリックス、およびそれらに比例する減衰係数から構成される自由振動の固有値計算 ◇固有値は複素数または実数 固有ベクトルは実数 ◇ダンパーを付加できる（固有値は次項「2)個別設定」の形態になる）
	2)個別設定	◇質量マトリックス、減衰マトリックスおよび剛性マトリックスから構成される自由振動の固有値計算 ◇固有値、固有ベクトルとも複素数または実数 ◇ダンパーを付加できる

注）トラス構造、ラーメン構造、トラス・ラーメン混合構造のいずれでも可。

本ソフトの立ち上げ画面は、図2-1のメニュー画面です。同図のように、基本メニューは「Bars3Dデータ」、「データ」、「計算」、「後処理」、「終了」の５つです。「Bars3Dデータ」メニューでは「部材３次元体解析（Ｂａｒｓ３Ｄ）」ソフトの構造解析用データを使用して、マトリックスデータ計算を行ない、振動解析用データを生成するものです。「データ」メニューでは振動解析用の入力データを作成し、「計算」メニューでは解析計算を実行し、「後処理」メニューでは計算結果の図を作画します。そして、ソフトを終了させる際は、「終了」をクリックします。

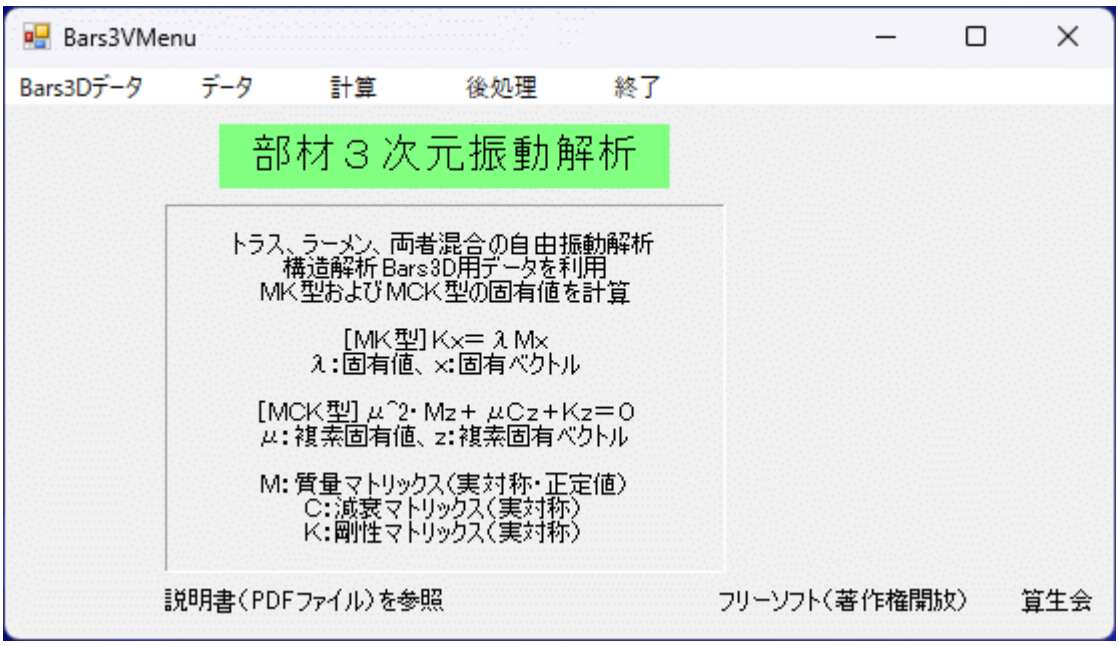


図2-1　　「Ｂａｒｓ３Ｖｉｂ」メニュー画面

次に、図2-2にプログラム構成を示します。同図のように、全体を「メニュー」のBars3VMenuモジュール* で制御し、その下に「Bars3Dﾃﾞｰﾀ」、「データ」、「計算」、「後処理」の４つのプログラム群に分かれています。

注）*モジュール名と各フォーム名は、ファイル名と名前を一致させてあります。

データファイルは、「構造データファイル」、「入力データファイル」、「結果データファイル」の３種類を使用しています。ただし、本図には示していませんが、一時記憶ファイルも使用しています。これらデータファイルはいずれもテキスト形式であり、エディターや表計算ソフトで閲覧・印刷することができます。

「構造データファイル」は、「部材３次元体解析（Ｂａｒｓ３Ｄ）」により作成されたもので、この部材振動解析で出力するデータファイルとは別のディレクトリーにあっても構いません。しかし、この振動解析用にデータのディレクトリーを作成し、そこへ「構造データファイル」をコピーして入れておく方が扱いやすいと思います。

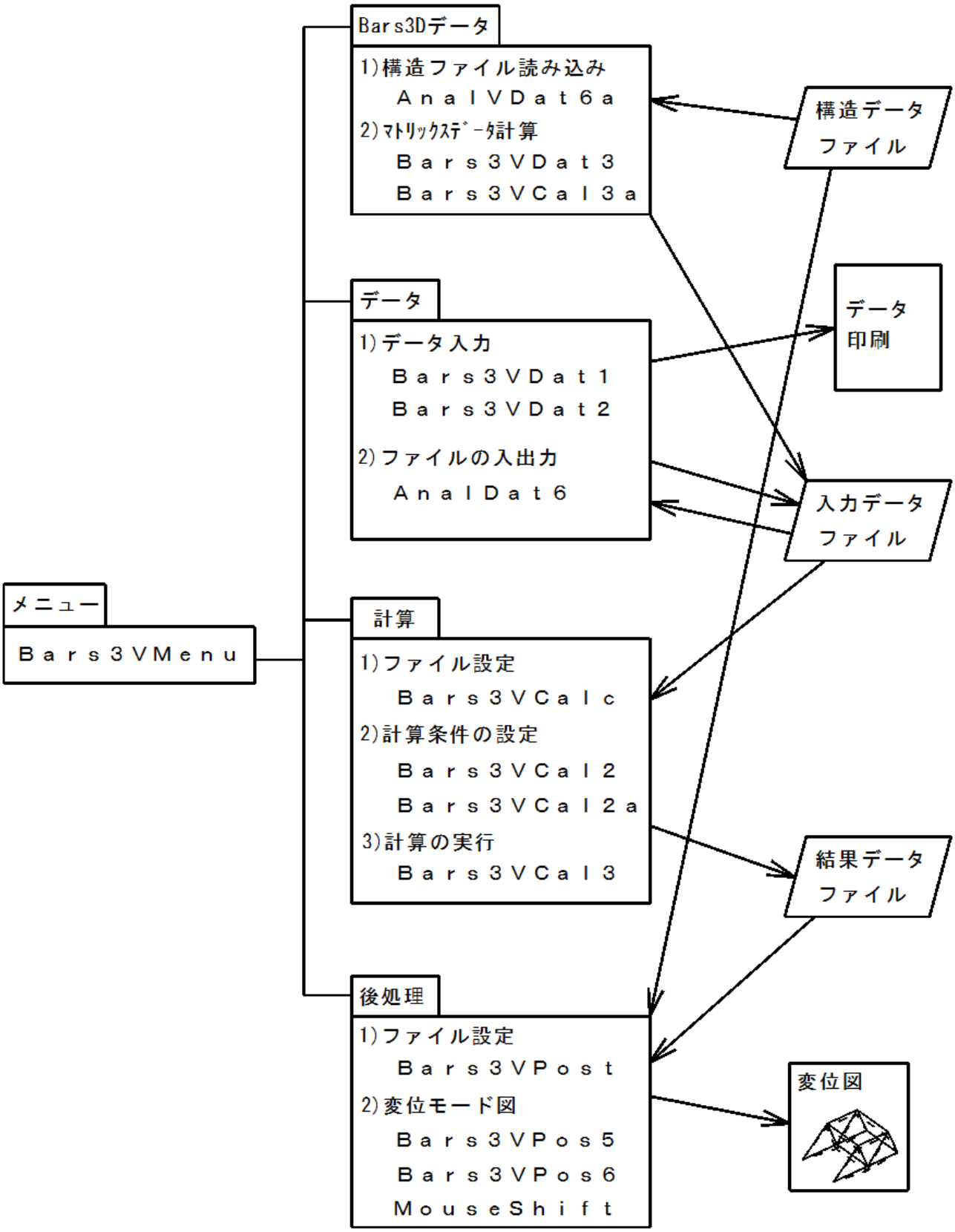


図2-2　　「Ｂａｒｓ３Ｖｉｂ」ソフトのプログラム構成

表2-2に本ソフトのファイルリストを示します。同表で、［データ］のBars3VDat1およびBars3VDat2は、振動解析用の各種データを画面入力するためのものです。特に、Bars3VDat2では各行列データをグリッド入力できるようにしています。

表2-2　　「Ｂａｒｓ３Ｖｉｂ」ソフトのファイルリスト

［全般］

ファイル名	内　容
Bars3VCom.vb	共通変数の宣言とサブルーチンの定義
Bars3VMenu.vb	メニューの提示･選択

［Bars3Dデータ］

ファイル名	内　容
Bars3VCal3a.vb	質量マトリックスの計算
Bars3VDat3.vb	密度データの入力
AnalVDat6a.vb	構造解析用データファイルの読み込み

［データ］

ファイル名	内　容
Bars3VDat1.vb	データ仕様の入力
Bars3VDat2.vb	密度データの表示と各行列データの入力
AnalDat6.vb	データファイルの入出力

［計算］

ファイル名	内　容
Bars3VCalc.vb	計算に使用するファイルの設定
Bars3VCal2.vb	固有値計算条件の設定
Bars3VCal2a.vb	パラメーター条件のユーザー設定
Bars3VCal3.vb	固有値計算の実行

［後処理］

ファイル名	内　容
Bars3VPost.vb	後処理に使用するファイルの設定
Bars3VPos5.vb	変位モード図の仕様設定
Bars3VPos6.vb	変位モード図の作画実行
MouseShift6.vb	変位モード図でマウス回転操作の説明

また、表2-3にパラメーター条件の項目を示します。パラメーター条件は自動設定かユーザー設定かを選択でき、ユーザー設定を選択した場合に表2-3の項目の数値を変更設定することができます。同表で⑤「消去計算実施の基準比率（対打切り誤差率）」とは、ＱＲ複合方式で上三角行列に変換する消去計算を行なう際に、消去を実施するかどうかの基準比率で、収束判定の④「計算打切り誤差率」に対する比を設定します。この２つの設定項目を設けている理由は、消去計算実施の基準比率を収束判定の計算打切り誤差率より小さく設定するためです。

表2-3　　パラメーター条件の項目

項　目	対称 行列		非対称 行列	
	ﾔｺﾋﾞ法	ﾗﾝﾁｮｽ法	ﾊｳｽﾎﾙﾀﾞｰ法	ｱｰﾉﾙﾃﾞｨ法
①バランス処理１回当りのループ計算回数	○	○	○	○
②初期のバランス処理の有無	○	○	○	○
③繰り返し計算の最大回数	○		○	○
④計算打切り誤差率	○	○	○	○
⑤消去計算実施の基準比率(対打切り比率)			○	○
⑥小行列の最大次数		○		○
⑦小行列のバランス処理回数				○
⑧ベクトル再直交化の基準比率		○		

注）○：設定対象

「③繰り返し計算の最大回数」は、非対称行列の場合はＱＲ法に適用

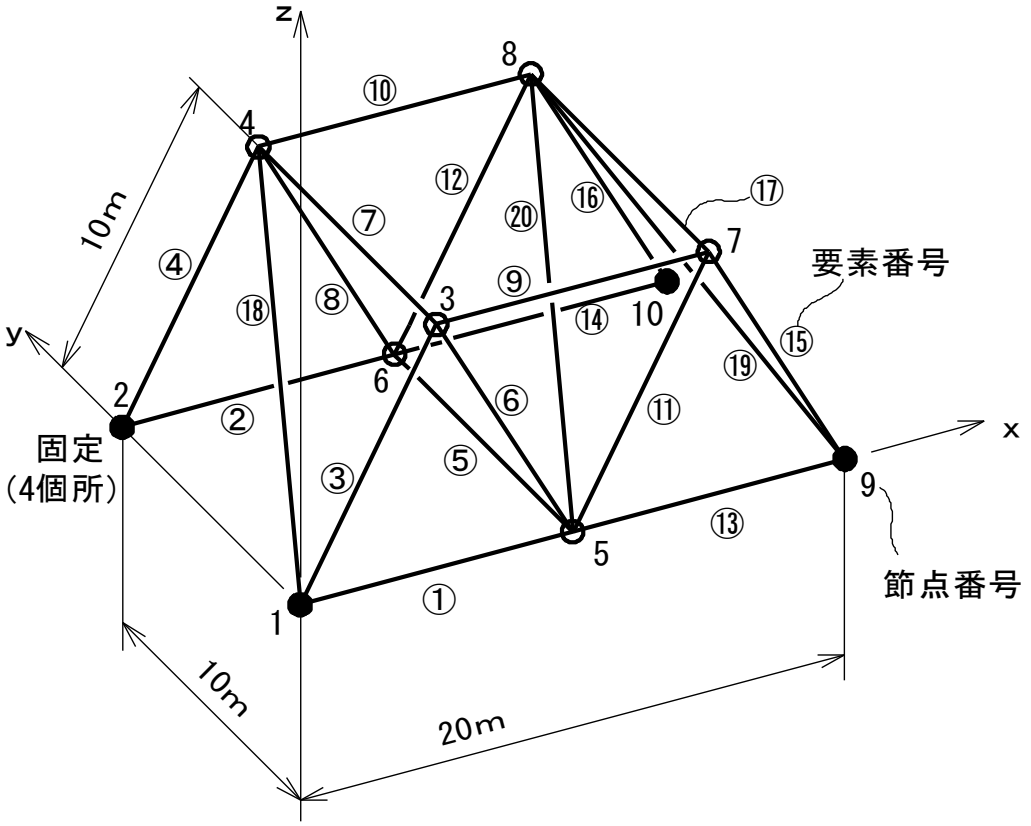
第3章 例題

本書では、図3-1のトラス構造テストモデルと図3-2のラーメン構造テストモデル（初期データ用）を例題として用います。これらは「部材３次元体解析（Ｂａｒｓ３Ｄ）」と共通のモデルですが、外力荷重は振動解析には入れないため省略してあります。

図3-1のトラス構造モデルは部材20個で構成され、10個の節点があります。そして、節点1、2、9、10が全変位方向について固定されています。なお、本例の数値はＳＩ単位を使用していますが、材料の密度の値を用いて質量マトリックスを計算するため、単位系の統一には特に注意する必要があります。

また図3-2のラーメン構造モデルは同一の部材17個で構成され、10個の節点があります。その他は図3-1と同様です。ただし、本構造は初期データ用で、各要素を４等分したデータを解析計算に使用します。

注）トラス・ラーメン混合タイプの例（初期データ用）は、図3-2において、節点７を回転自由とし、要素⑪をトラス要素にして説明します（要素⑨、⑮、⑰は特殊要素）。



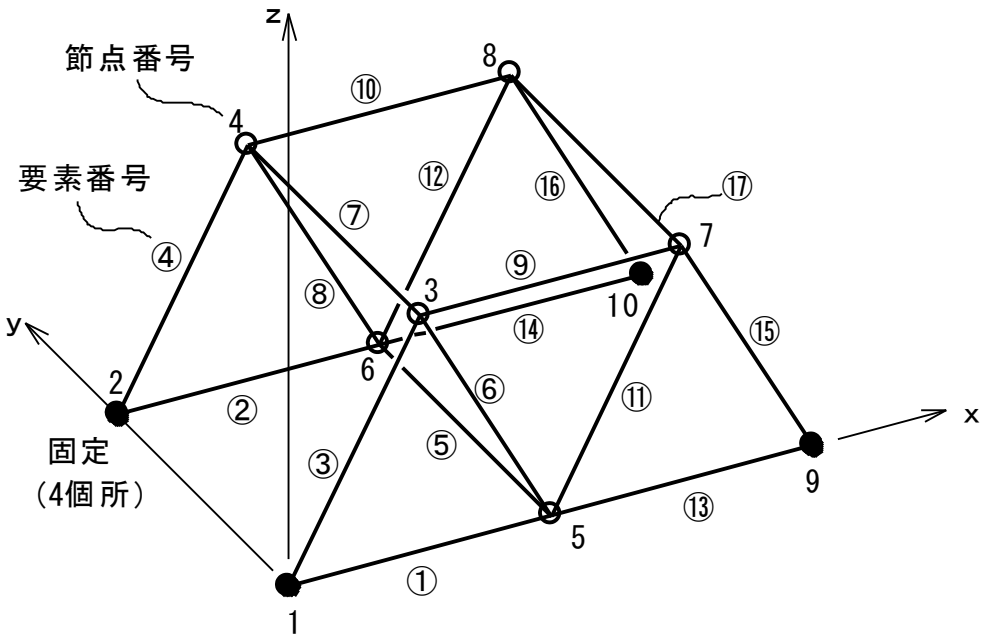
［部材条件］全部材共通

ヤング率：2.1×10^5 MPa

密度：7800kg/m^3

断面積：0.0112m^2

図3-1　　トラス構造テストモデル



［部材条件］全部材共通

ヤング率：2.1×10^{5}MPa　　ポアソン比：0.3

密度：7800kg/m^3

断面積：0.0112m^2　　長さ：10m

断面2次モーメント（第1軸）：$2.22\times10^{-4}m^4$

（第2軸）：$3.57\times10^{-6}m^4$

サンブナン捩り定数：$1.52\times10^{-6}m^4$

図3-2　　ラーメン構造テストモデル（初期データ用）

また、ＭＣＫ型の振動解析で使用する減衰マトリックスについては、後で行列の要素数値を適宜設定するものとし、ここでの例示は省略します。

＜構造モデルに関する注意＞

振動解析に使用する構造モデルにおいて、独立した振動系が複数入らないよう注意しなければなりません。同図は上記のモデルに赤色の梁を追加したものです。下側の４節点は完全固定なので、赤色の梁はなくてよいものです。しかし、ここで各要素を複数分割したモデルにした場合、赤色の梁の中間部の新設節点は変位します。従って、両側の赤色の梁の部分だけで独立振動します。その結果、元の振動系の他に、両側の２つの振動系が組み合わさったモデルになり、固有値は求まりません。

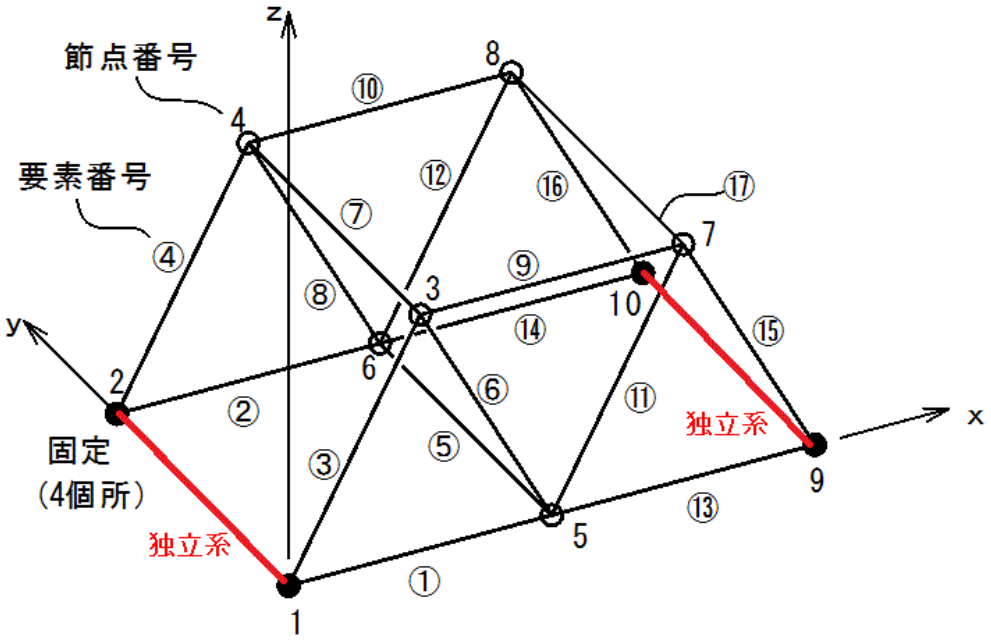


図3-3　　ラーメン構造の独立系の注意図

第4章 「Bars3Dデータ」処理プログラム

4.1 サブメニュー画面

「メニュー」プログラムにおける「Bars3Dデータ」のサブメニュー選択画面を図4-1に示します。ここで使用する構造データファイルは、あらかじめ「部材３次元体解析K（Ｂａｒｓ３Ｄ）」で作成しておかねばなりません。同図に示すように、４つのサブメニューがあります。先ず最初に「構造ファイル読み込み」を実施し、次に「マトリックスデータ計算」を選択します。算出したマトリックスデータは同計算後のダイアログ画面によりファイルへ保存できますが、サブメニューの「振動解析用ファイルへ保存」を選択して保存することもできます。

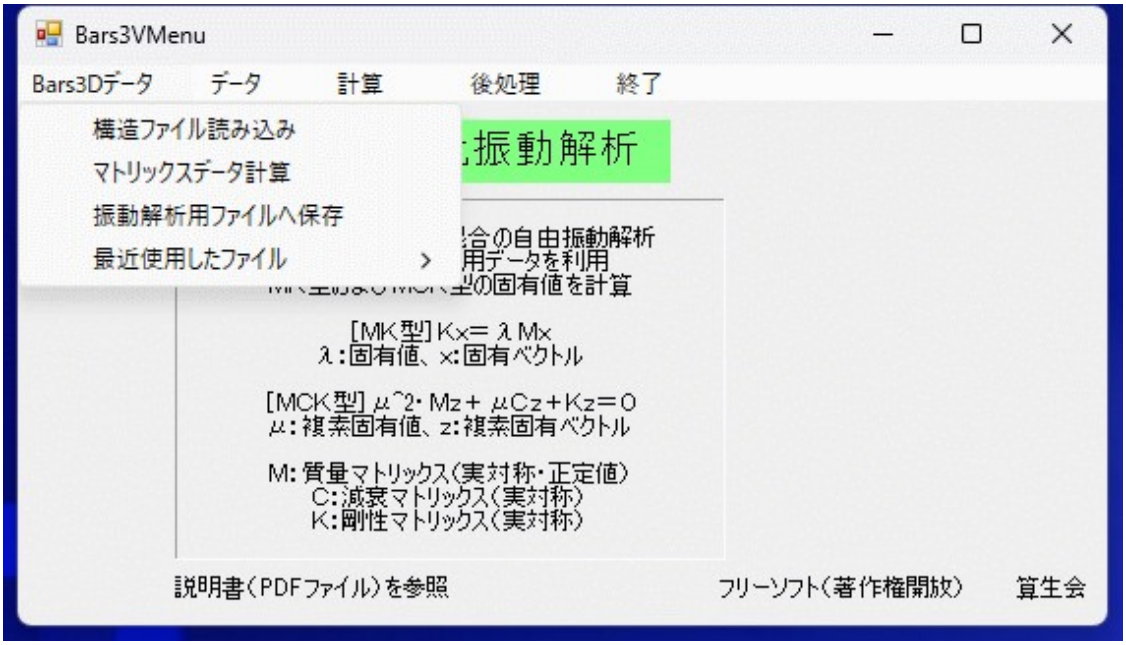


図4-1　　「Bars3Dデータ」サブメニュー画面

4.2 構造ファイル読み込み

サブメニューの「構造ファイル読み込み」を選択すると、コモンダイアログでファイルを開く画面となり、構造データファイルを選定して読み込みます。なお、構造データファイルのデフォールトの拡張子は、「.dat」です。

4.3 マトリックスデータ計算

サブメニューの「マトリックスデータ計算」を選択すると、先ず図4-2の密度データ入力画面となります。

①本画面では材料の密度を入力します。

②「コピー」、「貼り付け」ボタンにより、通常のクリップボード利用ができます。

◇「取り消し」ボタンを押すと直前の貼り付けを取り消せます。

③密度を入力後、「設定」ボタンをクリックすると、図4-3の計算開始のダイアログボックスが出ます。そのダイアログボックスで「はい」をクリックすると、質量マトリックスの計算が実行され、計算終了後に図4-4のファイル保存のダイアログボックスが出ます。そのダイアログボックスで「はい」をクリックすると、コモンダイアログで

ファイルを保存する画面となり、振動解析用データファイルを設定するとデータが書き出されます。なお、ファイルへの保存は、後でサブメニュー選択でも実施できます。

図4-2　　密度データ入力画面

図4-3　　マトリックスデータ計算開始のダイアログボックス

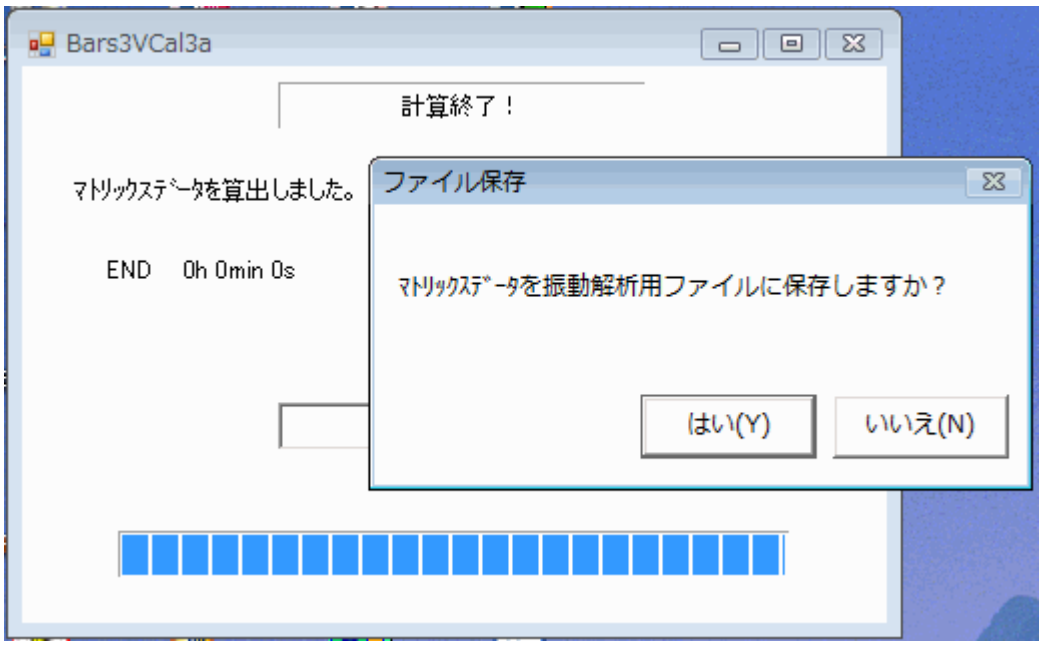


図4-4　　マトリックスデータのファイル保存のダイアログボックス

4.4 振動解析用ファイルへ保存

サブメニュー「振動解析用ファイルへ保存」を選択すると、コモンダイアログでファイルを保存する画面となり、振動解析用データファイルを設定するとデータが書き出されます。デフォールトのファイル名は、構造解析用データファイルのベース名（拡張子を削除した部分）の後に「V」が付加されたもので、拡張子は同じ「.dat」となります。もちろん、他のファイル名に変更しても構いません。

この振動解析用データファイルの内容は、減衰マトリックスを含まないこと以外は、後述の「データ」処理におけるファイル内容と同じですので、ここでは例示を省略します。

4.5 最近使用したファイルの選択

サブメニュー「最近使用したファイル」のポップアップで、ファイルリストから選択できます。

注）新版ソフトでファイルが使用されないとリスト表示されません。

第5章 「データ」処理プログラム

5.1 サブメニュー画面

「メニュー」プログラムにおける「データ」のサブメニュー選択画面を図5-1に示します。同図に示すように、５つのサブメニューがあります。先ず「ファイル読み込み」を選択して、前項の「Bars3Dデータ」処理で作成済の振動解析用データファイルを読み込みます。次に「データ入力・修正」を選択して、必要なデータ修正を行ないます。

また、「オプション」→「バックアップファイル作成」にチェックを入れると、データ読み込み時にバックアップファイル（.bak）が自動作成されます。チェックを外すと作成されなくなります。

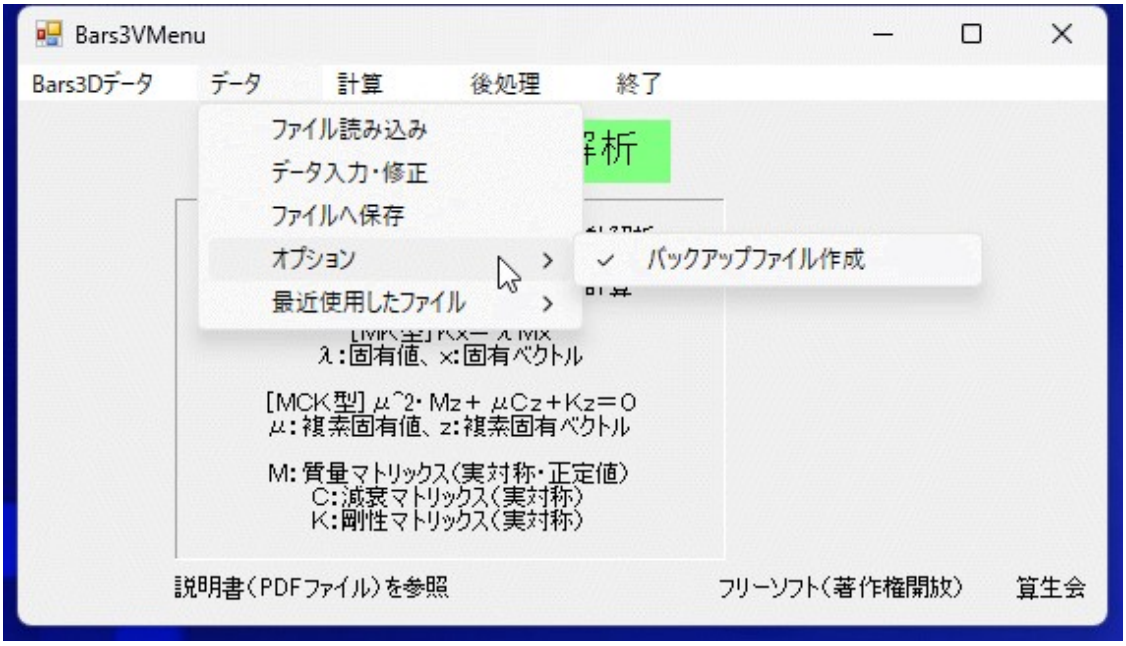


図5-1　　「データ」サブメニュー画面

5.2 ファイル読み込み

サブメニューの「ファイル読み込み」を選択すると、コモンダイアログでファイルを開く画面となり、入力データファイルを選定して読み込みます。なお、入力データファイルのデフォールトの拡張子は、「.dat」です。

5.3 データ入力・修正

サブメニューの「データ入力・修正」を選択すると、図5-2～5-4のデータ仕様入力画面となります。本画面の入力について、以下に補足説明します。

①タイトルは、任意の題名を入力します。

②方程式種類として、ＭＫ型またはＭＣＫ型を選択します。

③ＭＣＫ型の場合は、図5-3～5-4のように、減衰設定区分として比例減衰または個別設定を選択します。それらの図では、ダンパー数の入力部分も表示されます。

◇ＭＣＫ型で比例減衰を選択した場合の画面を図5-3に示します。同図のように質量比例の減衰係数と剛性比例の減衰係数を入力することができます。

◇ＭＣＫ型で減衰設定区分の個別設定を選択した場合の画面を図5-4に示します。
この場合のみ、後掲の行列データ入力画面でＣ行列を入力できます。

④ＭＣＫ型でダンパーを付加する場合は、図5-3～5-4の画面でダンパー数を入力します。
◇ダンパーの減衰係数は、後掲の行列データ入力画面のＣ行列とは別に付加されます。

⑤本画面の「設定」ボタンをクリックすると、次の各データの入力画面に移ります。

⑥各データ入力が終了すると本画面に戻るので、そこで「すべて確定」ボタンをクリックすると入力データが確定します。

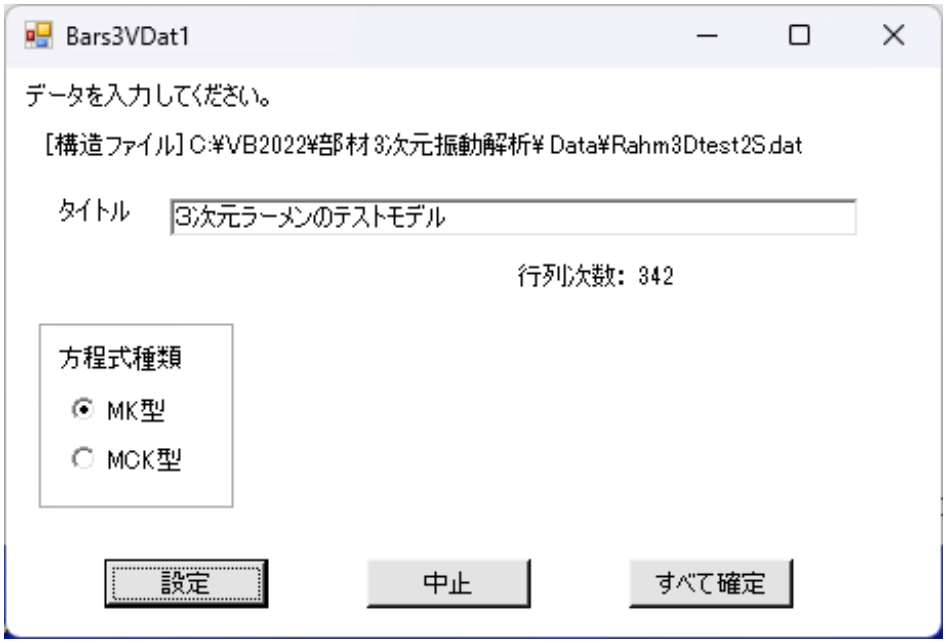


図5-2　　データ仕様入力画面（ＭＫ型）

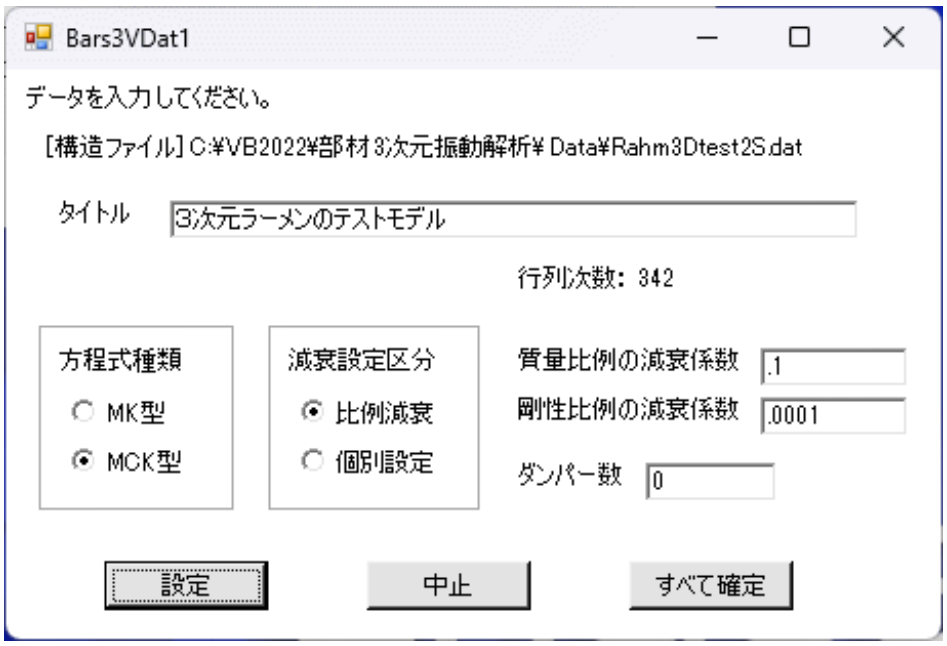


図5-3　　データ仕様入力画面（ＭＣＫ型、比例減衰）

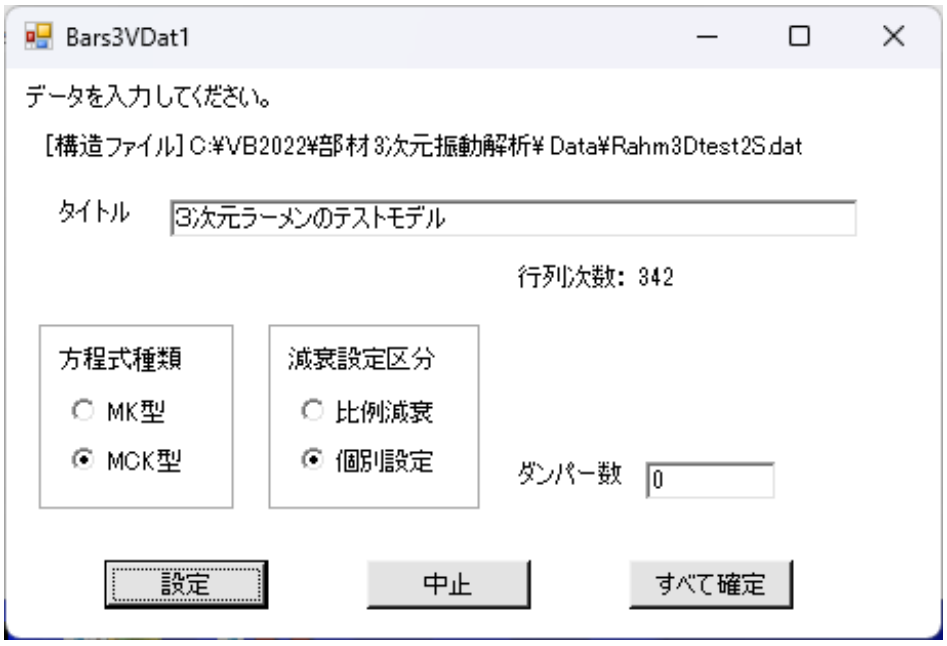


図5-4　　データ仕様入力画面（ＭＣＫ型、減衰個別設定）

5.4 密度データ一覧画面

図5-5に密度データ一覧画面を示します。本画面は「Bars3Dデータ」処理の質量マトリックス計算に使用した密度データを参考までに表示するもので、データ修正はできません。

本画面で「次へ」ボタンをクリックすると、行列のデータ入力画面に移ります。

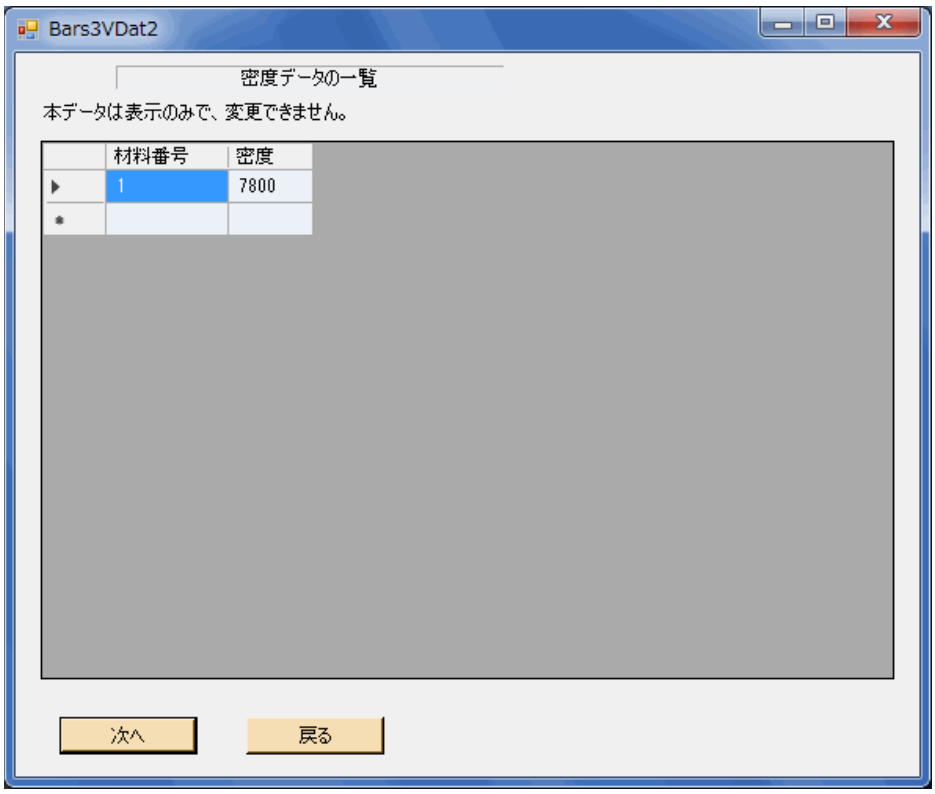


図5-5　　密度データ一覧画面

5.5 行列データ入力画面

図5-6、図5-7に行列データ入力画面を示します。図5-6はＭＫ型および比例減衰のＭＣＫ型の場合、図5-7は減衰個別設定のＭＣＫ型の場合です。いずれの場合でも、各行列の対角要素のみを示します。

①各行列の対角要素の値を入力します。

◇M行列は「Bars3Dデータ」処理で算出された質量マトリックスですので通常はそのままで構いません。もし節点に質量を追加したい場合には、該当の行の要素を変更します。

◇図5-7のＣ行列は、減衰個別設定のＭＣＫ型の場合に、各行の要素を入力します。ただし、ダンパー付加がある場合は、Ｃ行列に入力がなくても構いません。
要素が0の項は、計算時に自動的に微小値が設定されます。従って、減衰係数のない変数項は入力しなくて構いません。
なお、同画面で「Ｃ行列一括設定」ボタンをクリックして、同一値の減衰係数をまとめて入力することができます。

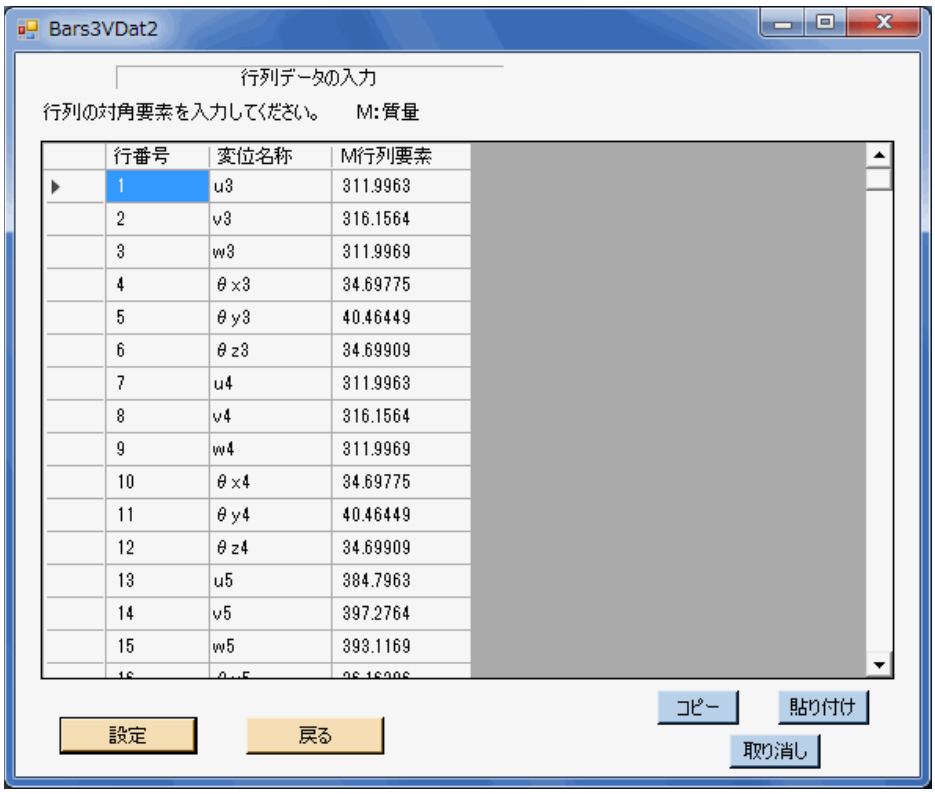
注）Ｋ行列は解析計算時に算出するため、本画面には表示していません。また、比例減衰のＣ行列も同様です。

②「コピー」、「貼り付け」ボタンにより、通常のクリップボード利用ができます。これは以降の画面でも同様です。

◇「取り消し」ボタンを押すと直前の貼り付けを取り消せます。

③すべての行列要素データを入力し終ったなら、「設定」ボタンをクリックして次の画面に移ります。

◇ダンパーなしの場合は、図5-2～5-4のデータ仕様入力画面に戻ります。



行番号	変位名称	M行列要素
1	u3	311.9963
2	v3	316.1564
3	w3	311.9969
4	θx3	34.69775
5	θy3	40.46449
6	θz3	34.69909
7	u4	311.9963
8	v4	316.1564
9	w4	311.9969
10	θx4	34.69775
11	θy4	40.46449
12	θz4	34.69909
13	u5	384.7963
14	v5	397.2764
15	w5	393.1169

図5-6　　行列データ入力画面（ＭＫ型、比例減衰のＭＣＫ型）

行番号	変位名称	M行列要素	C行列要素
1	u3	311.9963	1000
2	v3	316.1564	1000
3	w3	311.9969	1000
4	θx3	34.69775	1000
5	θy3	40.46449	1000
6	θz3	34.69909	1000
7	u4	311.9963	1000
8	v4	316.1564	1000
9	w4	311.9969	1000
10	θx4	34.69775	1000
11	θy4	40.46449	1000
12	θz4	34.69909	1000
13	u5	384.7963	1000
14	v5	397.2764	1000
15	w5	393.1169	1000

図5-7　　行列データ入力画面（減衰個別設定のＭＣＫ型）

5.6 ダンパーデータ入力画面（ＭＣＫ型）

本入力はダンパー付加がある場合（ダンパー数が1以上）にのみ実施します。図5-8にダンパーデータ入力画面を示します。

①ダンパー数の分だけNo.が表示されているので、それぞれ節点番号1、2以下のデータを入力します。

◇節点番号1は、有限要素の節点番号を入力しなければなりません。

◇節点番号2は、有限要素の節点番号を入力するか、または0として次項の外部点を使用します。

②節点番号2に外部点を使用する場合は、番号を0とし、外部点のX,Y,Z座標を入力します。

③そして、各ダンパーデータの最後に減衰係数を入力します。

◇ダンパーの減衰係数は、解析計算時にＣ行列に付加されます。

④すべてのダンパーデータを入力し終ったなら、「設定」ボタンをクリックして図5-3～5-4のデータ仕様入力画面に戻ります。

図5-8　　ダンパーデータ入力画面

5.7 ファイルへの保存

サブメニューの「ファイルへの保存」を選択すると、コモンダイアログでファイルを保存する画面となり、入力データファイルを設定するとデータが書き出されます。新たなファイル名を入力すると新ファイルが作成されます。先に入力データファイルを読み込んである場合に、同ファイルを選定すると上書きとなります。

図5-9に入力データファイル例を示します。同図は減衰個別設定のＭＣＫ型のデータですが、ＭＫ型の場合の行列データはＣ行列がないだけで他は同じです。

◇保存ファイルの文字コードはUTF-8です。

◇１行内の複数データは、「,」（コンマ）で区切られます。

図5-9の〇印を付した　数字の部分について補足説明します。

①構造解析のファイル名を示しています。

②構造データの節点数は61です。

③方程式種類は、ＭＣＫ型の相当番号1となっています。

④ＭＣＫ型では減衰設定区分が表示され、本例では個別設定の相当番号1になっています。

⑤同じくＭＣＫ型ではダンパー数が表示され、本例では0になっています。

⑥材料の密度を示しています。

⑦変位が固定されていないものについて、行列の変数番号、構造の節点番号と変位方向を示しています。変位方向は、1がX方向、2がY方向、3がZ方向、4がθx方向、5がθy方向、6がθz方向です。

⑧質量マトリックスは各行の対角要素だけを示しています。

⑨減衰マトリックスは各行の対角要素だけを示しています。

◇比例減衰のＭＣＫ型の場合は、対角要素以外もありますが、解析計算時に算出するため、ファイルには出力されません。

```
プログラム名,Bars3Vib
［Bars3D構造ﾌｧｲﾙ］,C:¥VB2022¥部材3次元振動解析¥Data¥Rahm3Dtest2S.dat        ①
３次元ラーメンのテストモデル
節点数, 61                                                                    ②
方程式種類(0:MK型、1:MCK型), 1                                                ③
減衰設定区分(0:比例減衰、1:個別設定), 1                                       ④
ダンパー数, 0                                                                 ⑤
行列の次数, 342
材料データ数, 1
＜材料の密度＞材料番号、密度                                                   ⑥
 1,    7800
＜行列の変数番号対応＞変数番号、節点番号、変位方向                             ⑦
 1,    3,    1
 2,    3,    2
 3,    3,    3
 4,    3,    4
 5,    3,    5
 6,    3,    6
 7,    4,    1
 8,    4,    2
 9,    4,    3
 10,    4,    4
・・・・・・・・
・・・・・・・・
 333,    60,    3
 334,    60,    4
 335,    60,    5
 336,    60,    6
 337,    61,    1
 338,    61,    2
 339,    61,    3
 340,    61,    4
 341,    61,    5
 342,    61,    6
＜Ｍ行列（質量マトリックス）＞行番号、対角要素                                 ⑧
 1,    311.9963
 2,    316.1564
 3,    311.9969
 4,    34.69775
 5,    40.46449
 6,    34.69909
 7,    311.9963
 8,    316.1564
 9,    311.9969
 10,    34.69775
・・・・・・・・・・
・・・・・・・・・・
 333,    162.24
 334,    26
 335,    2.93241
 336,    26
 337,    162.24
 338,    145.6
 339,    162.24
```

図5-9（1/2）　　入力データファイル例（ラーメン、減衰個別設定のＭＣＫ型）

```
 340,     26
 341,     2.93241
 342,     26
＜Ｃ行列（減衰マトリックス）＞行番号、各要素                                ⑨
 1,     1000
 2,     1000
 3,     1000
 4,     1000
 5,     1000
 6,     1000
 7,     1000
 8,     1000
 9,     1000
 10,     1000
・・・・・・・
・・・・・・・
 333,     1000
 334,     1000
 335,     1000
 336,     1000
 337,     1000
 338,     1000
 339,     1000
 340,     1000
 341,     1000
 342,     1000
```

図5-9（2/2）　　入力データファイル例（ラーメン、減衰個別設定のＭＣＫ型）

また、図5-10に減衰個別設定のＭＣＫ型で、ダンパー有りの場合の入力データファイル例を示します。上記データとの相違点のみ、同図で〇印を付した数字の部分について補足説明します。

①ダンパー数は2になっています。

②２つのダンパーのデータを示しています。

さらに、図5-11にトラスのＭＫ型の入力データファイル例を示します。トラスの場合、変位方向に回転角がない分だけ行列次数が減少します。なお、ＭＫ型ですので、Ｃ行列は入っていません。

図5-12にはトラス・ラーメン混合のＭＫ型の入力データファイル例を示します。データ構成は上述のトラスやラーメンと同様です。

```
プログラム名,Bars3Vib
 [Bars3D構造ﾌｧｲﾙ] ,C:¥VB2022¥部材3次元振動解析¥Data¥Rahm3Dtest2S.dat
３次元ラーメンのテストモデル・・・ダンパー２個
節点数, 61
方程式種類(0:MK型、1:MCK型), 1
減衰設定区分(0:比例減衰、1:個別設定), 1
ダンパー数, 2                                                    ①
行列の次数, 342
材料データ数, 1
＜ダンパーデータ＞No.、節点番号1、節点番号2、外部点X、Y、Z、減衰係数      ②
 1,   4,   5,   0,   0,   0,   20000
 2,   3,   0,   5,  -10,   2,   10000
＜材料の密度＞材料番号、密度
 1,   7800
＜行列の変数番号対応＞変数番号、節点番号、変位方向
 1,   3,   1
 2,   3,   2
 3,   3,   3
 4,   3,   4
 5,   3,   5
・・・・・・・
・・・・・・・
 338,   61,   2
 339,   61,   3
 340,   61,   4
 341,   61,   5
 342,   61,   6
＜Ｍ行列（質量マトリックス）＞行番号、対角要素
 1,   311.9963
 2,   316.1564
 3,   311.9969
 4,   34.69775
 5,   40.46449
・・・・・・・
・・・・・・・
 338,   145.6
 339,   162.24
 340,   26
 341,   2.93241
 342,   26
＜Ｃ行列（減衰マトリックス）＞行番号、各要素
 1,   1000
 2,   1000
 3,   1000
 4,   1000
 5,   1000
・・・・・・・
・・・・・・・
 338,   1000
 339,   1000
 340,   1000
 341,   1000
 342,   1000
```

図5-10　　入力データファイル例（ラーメン、減衰個別設定でダンパー有りのＭＣＫ型）

```
プログラム名,Bars3Vib
 [Bars3D構造ﾌｧｲﾙ] ,C:¥VB2022¥部材3次元振動解析¥Data¥Trus3Dtest2-3M.dat
３次元トラス構造モデル・・・材料数３
節点数, 10
方程式種類(0:MK型、1:MCK型), 0
行列の次数, 18
材料データ数, 3
＜材料の密度＞材料番号、密度
 1,    7800
 2,    7800
 3,    7800
＜行列の変数番号対応＞変数番号、節点番号、変位方向
 1,    3,    1
 2,    3,    2
 3,    3,    3
 4,    4,    1
 5,    4,    2
 6,    4,    3
 7,    5,    1
 8,    5,    2
 9,    5,    3
 10,    6,    1
 11,    6,    2
 12,    6,    3
 13,    7,    1
 14,    7,    2
 15,    7,    3
 16,    8,    1
 17,    8,    2
 18,    8,    3
＜Ｍ行列（質量マトリックス）＞行番号、対角要素
 1,    1164.787
 2,    1164.787
 3,    1164.787
 4,    1576.602
 5,    1576.602
 6,    1576.602
 7,    1867.802
 8,    1867.802
 9,    1867.802
 10,    1455.987
 11,    1455.987
 12,    1455.987
 13,    1164.787
 15,    1164.787
 16,    1988.416
 17,    1988.416
 18,    1988.416
```

図5-11　　入力データファイル例（トラス、ＭＫ型）

```
プログラム名,Bars3Vib
 [Bars3D構造ﾌｧｲﾙ] ,C:¥VB2017¥部材3次元振動解析¥Data¥BarsC3Dtest2S.dat
３次元トラス・ラーメン混合モデル
節点数, 61
方程式種類(0:MK型、1:MCK型), 0
行列の次数, 342
材料データ数, 1
＜材料の密度＞材料番号、密度
 1,    7800
＜行列の変数番号対応＞変数番号、節点番号、変位方向
 1,    3,    1
 2,    3,    2
 3,    3,    3
 4,    3,    4
 5,    3,    5
 6,    3,    6
 7,    4,    1
 8,    4,    2
 9,    4,    3
 10,    4,    4
・・・・・・・・
・・・・・・・・
 336,    60,    6
 337,    61,    1
 338,    61,    2
 339,    61,    3
 340,    61,    4
 341,    61,    5
 342,    61,    6
＜Ｍ行列（質量マトリックス）＞行番号、対角要素
 1,    311.9963
 2,    316.1564
 3,    311.9969
 4,    34.69775
 5,    40.46449
 6,    34.69909
 7,    311.9963
 8,    316.1564
 9,    311.9969
 10,    34.69775
・・・・・・・・
・・・・・・・・
 336,    26
 337,    162.24
 338,    145.6
 339,    162.24
 340,    26
 341,    2.93241
 342,    26
```

図5-12　　入力データファイル例（トラス・ラーメン混合、ＭＫ型）

5.8 最近使用したファイルの選択

サブメニュー「最近使用したファイル」のポップアップで、ファイルリストから選択できます。

注）新版ソフトでファイルが使用されないとリスト表示されません。

第6章 「計算」プログラム

6.1 サブメニュー画面

「メニュー」プログラムにおける「計算」のサブメニュー画面を図6-1に示します。サブメニューの「固有値計算の実行」をクリックすると、次の「計算」ファイル設定画面に移ります。

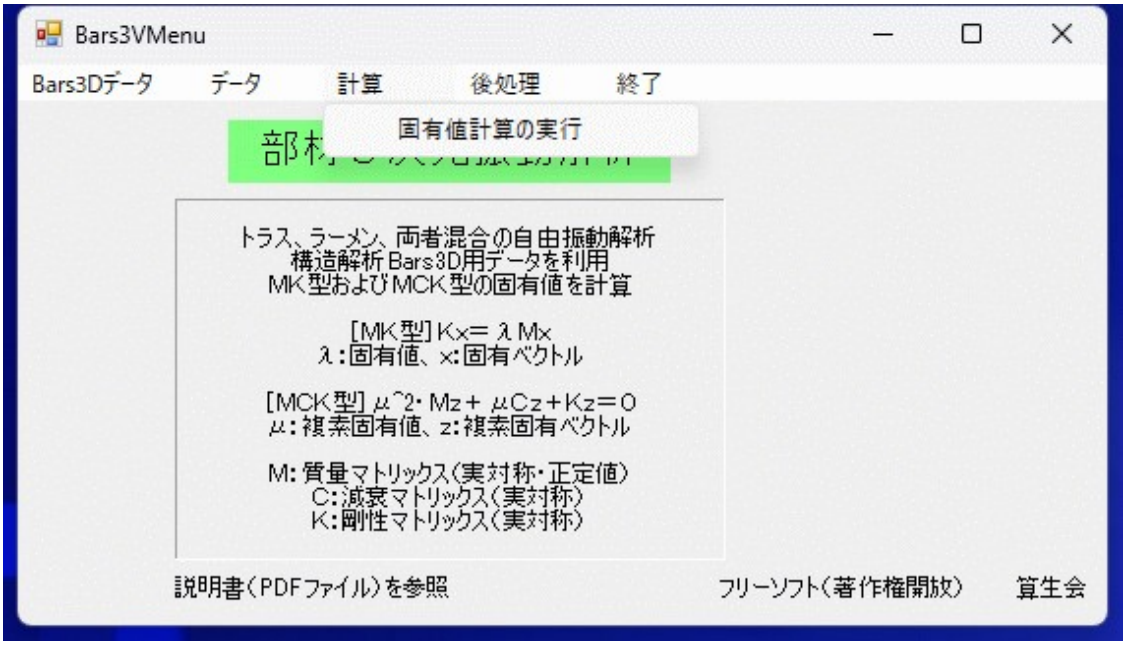


図6-1　　「計算」サブメニュー画面

6.2 「計算」ファイル設定

図6-2に「計算」ファイル設定画面を示します。同画面で、「入力ファイル指定」ボタンをクリックすると、コモンダイアログで入力データファイルを選定できます。そして、再び「計算」ファイル設定画面に戻ると、「入力ファイル指定」のテキストボックスには選定済み入力ファイル名が、また「出力ファイル指定」の方には入力ファイル名の拡張子を「.rep」に変更したファイル名が表示されます。もし、他のファイル名に変更したい場合は、テキストボックスで修正します。

本画面で「設定」ボタンをクリックすると、次の固有値計算条件入力画面に移ります。

図6-2　　「計算」ファイル設定画面

6.3 固有値計算の条件入力画面

図6-3にＭＫ型の固有値計算条件入力画面を示します。

①先ず、計算方法として、ヤコビ法かランチョス法かを選択します。

◇行列次数が大きくなると、ヤコビ法では計算時間がかかりすぎますので、ランチョス法を選択します。その区分の行列次数の目安は200ぐらいです。ただし、ランチョス法の検証誤差が大きい場合は、ヤコビ法で計算してください。

②次に、固有値の計算順序として、大きい順か小さい順かを選択します。

③次に、算出する固有値の数を入力します。

◇任意に個数を増減できます。ただし、行列次数の大きい行列に対するランチョス法では、端の1～2個の固有値は容易に精度良く求まりますが、個数を増やす場合にパラメーター条件の調整を要することがあります。その場合、通常は3～5個ぐらい可能ですが、端の1個しか精度が出ないこともあります。なお、個数を増やす場合は、固有ベクトルの計算時間の増大にも注意してください。

④最後に、パラメーター条件について、自動設定かユーザー設定かを選択します。

◇先ず自動設定のままで計算してください。もし問題があれば、ユーザー設定を選択してパラメーター条件を適宜変更してください。

⑤本画面で「設定」ボタンをクリックすると、パラメーター条件が自動設定の場合は、直ちに計算が開始されます。もしパラメーター条件がユーザー設定の場合は、後掲のパラメーター条件入力画面に移ります。

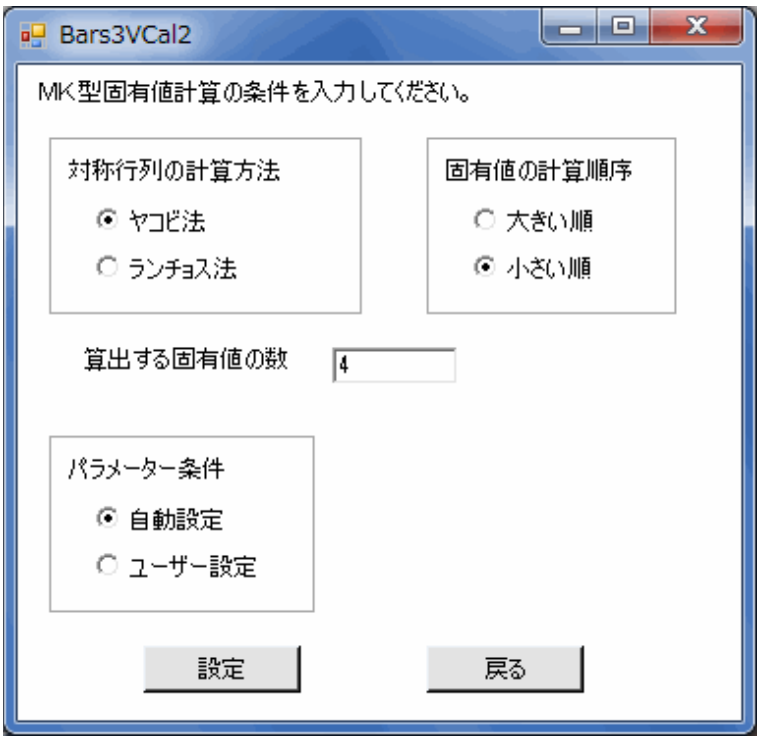


図6-3　　固有値計算の条件入力画面（ＭＫ型）

次に、図6-4に比例減衰のＭＣＫ型でダンパーなしの場合について、固有値計算の条件入力画面を示します。図6-3のＭＫ型と異なる点について説明します。

◇算出する固有値対の数を入力します。

ＭＣＫ型の場合は、固有値が複素数となりますので、共役固有値の対の数を入力します。

また、図6-5に通常のＭＣＫ型について、固有値計算の条件入力画面を示します。ここで通常のＭＣＫ型とは、比例減衰のＭＣＫ型でダンパー有りの場合、および減衰個別設定のＭＣＫ型が当てはまります。図6-3のＭＫ型の場合と異なる点について説明します。

①計算方法は、ハウスホルダー法かアーノルディ法かを選択します。

◇行列次数が大きくなると、ハウスホルダー法では計算時間がかかりすぎますので、アーノルディ法を選択します。その区分の行列次数の目安は、質量マトリックス等の次数で25（計算時の非対称行列の次数では50）ぐらいです。

②算出する固有値対の数を入力します。

◇ＭＣＫ型の場合は、固有値が複素数となりますので、共役固有値の対の数を入力します。算出する固有値対の数は任意に設定できます。ただし、行列次数の大きい行列に対するアーノルディ法では、端の1～2対の固有値は容易に精度良く求まりますが、対の数を増やす場合にパラメーター条件の調整を要することがあります。その場合、通常は3～5対ぐらい可能ですが、端の1対しか精度が出ないこともあります。なお、対の数を増やす場合は、固有ベクトルの計算時間の増大にも注意してください。

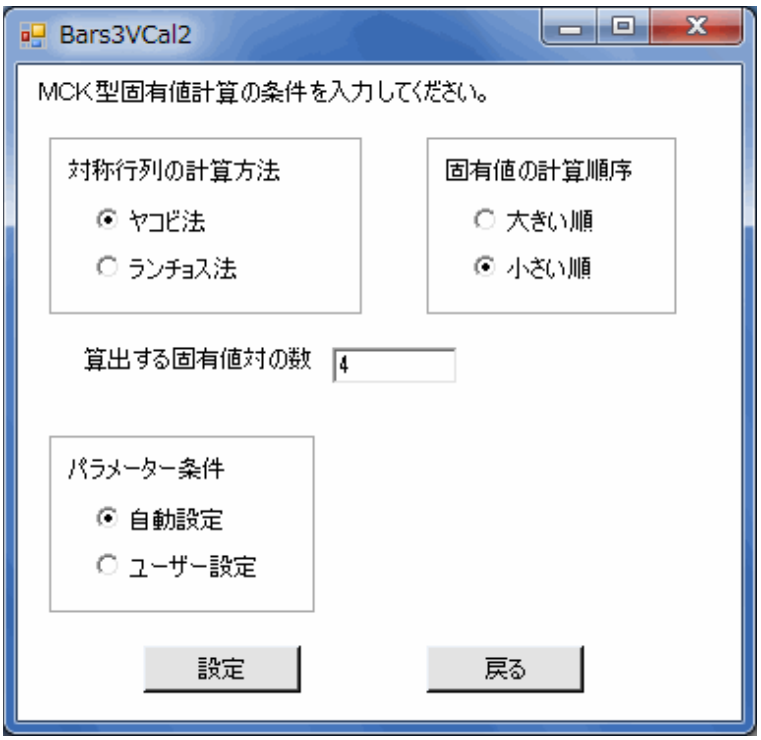


図6-4　　固有値計算の条件入力画面（比例減衰のＭＣＫ型、ダンパーなし）

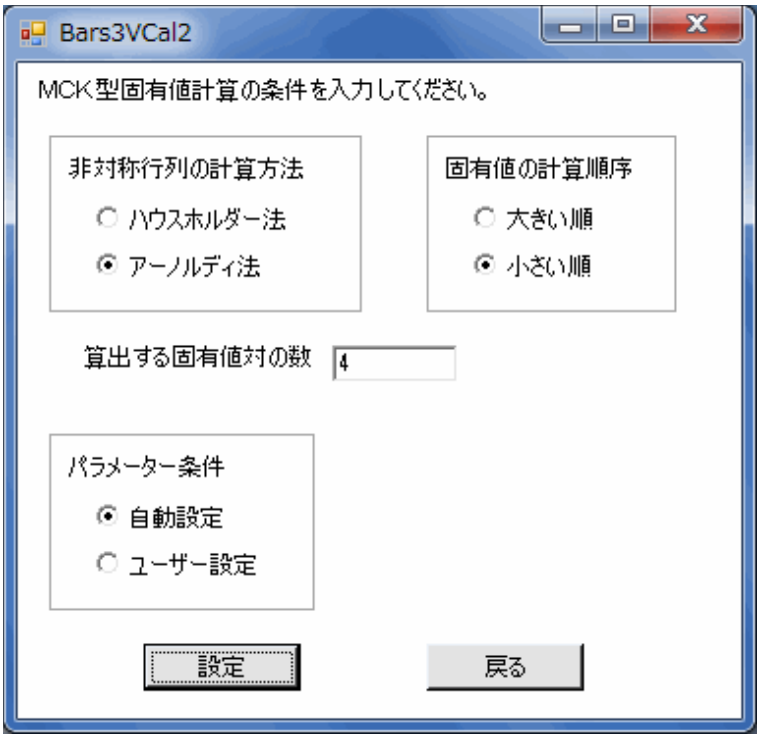


図6-5　　固有値計算の条件入力画面（通常のＭＣＫ型）

6.4 パラメーター条件の入力画面（ユーザー設定）

図6-6にヤコビ法、図6-7にランチョス法のパラメーター条件入力画面を示します。本画面は、前項でユーザー設定を選択した場合にのみ表示されます。本画面で変更したいパラメーター項目の値を入力し直します。パラメーター項目は、計算方法により異なりますので、表2-3の項目リストを参照してください。本画面で「設定」ボタンをクリックすると、

計算が開始されます。

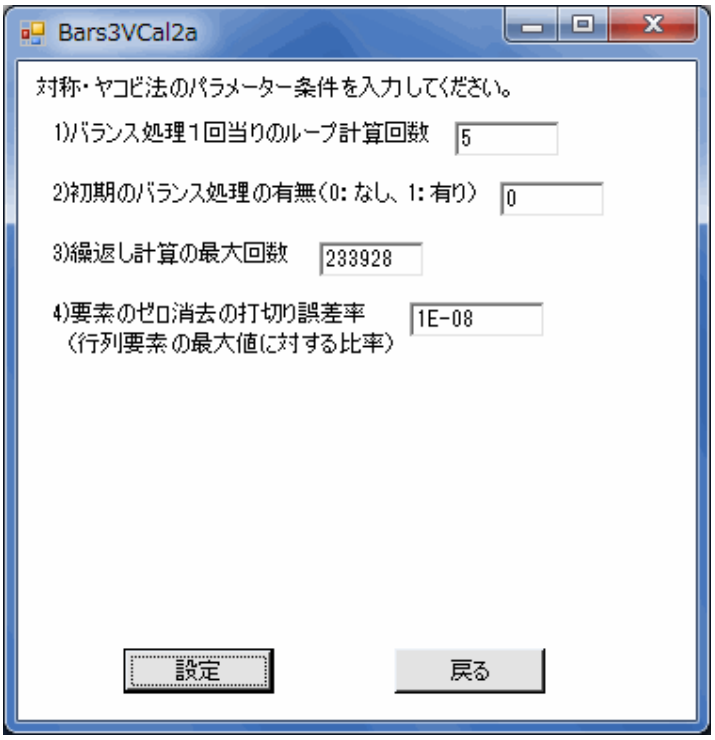


図6-6　パラメーター条件の入力画面（対称・ヤコビ法）

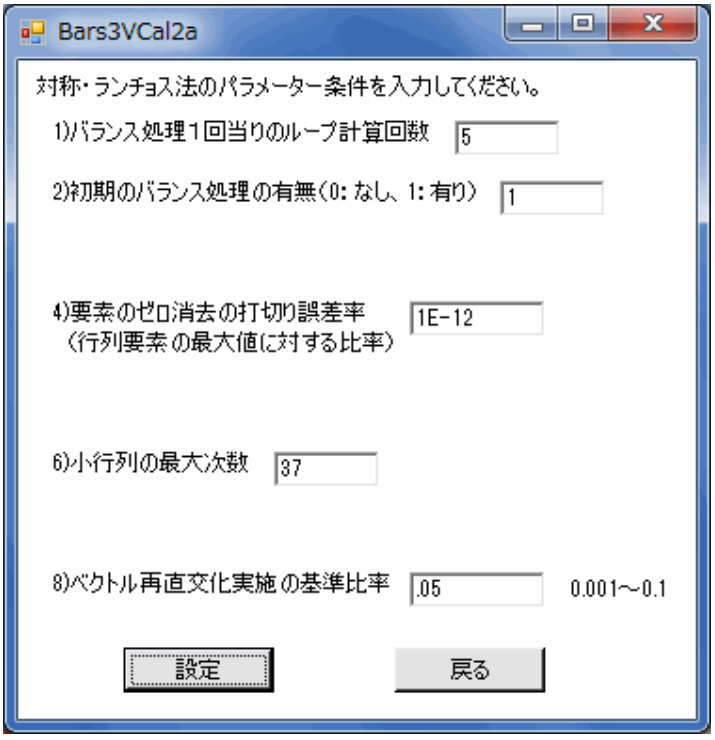


図6-7　パラメーター条件の入力画面（対称・ランチョス法）

6.5 計算終了

図6-8に計算終了画面、図6-9に計算確認ダイアログ画面を示します。図6-8では、かかった計算時間も表示され、本例では6sになっています。また、図6-9の計算確認ダイアログ画面では、固有振動数等データも表示されます。本画面で「ＯＫ」ボタンをクリックすると、立ち上げ時のメニュー画面に戻ります。

図6-9について補足説明します。

①検証誤差比とは、固有ベクトルを用いて行列方程式の第1行の計算を実施した時、右辺0との誤差を基準要素絶対値で割った比率です。

◇基準要素絶対値とは、第1行要素の最大絶対値を指します。

◇ヤコビ法では、固有値と固有ベクトルが同時に算出されており、検算を行列方程式の第1行で実施しているにすぎません。ヤコビ法以外の計算方法では、固有ベクトルを算出する際に行列方程式の第1行については方程式計算を実施していないので、誤差が生じます。

◇参考として、検証誤差比による固有値信頼度の概略基準を表6-1に示します。同表のように、検証誤差比が10^{-5}以下であれば、固有値の信頼度は良好と判断できます。

②表示される固有振動数等の数は最大10個です。

③本画面で、計算確認ダイアログの「ＯＫ」ボタンをクリックすると、立ち上げ時のメニュー画面に戻ります。

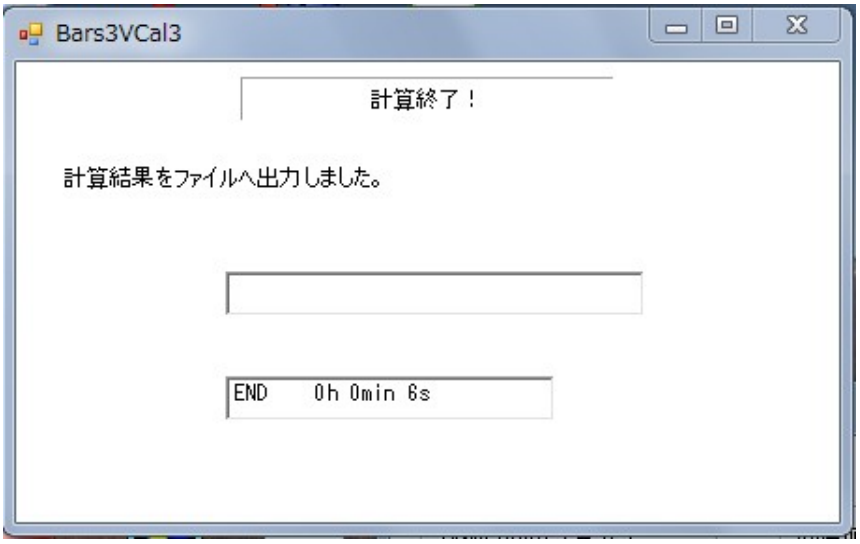


図6-8　　計算終了画面

表6-1　　検証誤差比による固有値信頼度の概略基準

検証誤差比	10^{-5}以下	10^{-5}～10^{-3}	10^{-3}以上
固有値信頼度	○	△	×

注）○：良、　△：注意（ケースによって実用可能）、　×：不可

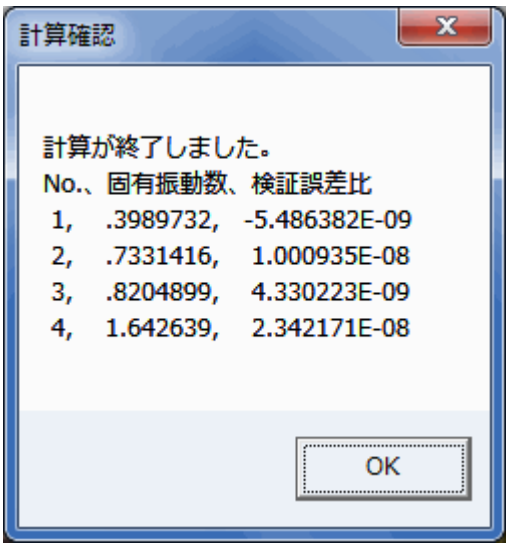


図6-9　　計算確認ダイアログ画面

6.6 計算結果（ラーメン、ＭＫ型）

上記6.2節で指定した出力ファイルに計算結果が書き出されます。図6-10に例題（ラーメン、ＭＫ型）の計算結果ファイルへの出力を示します。同図で〇印を付した数字の部分について補足説明します。

①振動解析用の入力データファイルを示しています。

②計算方法はヤコビ法を使用しています。

③固有値の小さい順の数は4を指定しています。

④パラメーター条件は自動設定で、その次の行以下の内容となっています。

⑤各行列要素の最大値を出力しています。

◇比例減衰のＭＣＫ型で比例減衰係数を検討する際は、先ずＭＫ型で解析計算を行ない、Ｍ、Ｋ行列要素の最大値を参考にしてください。

⑥算出された固有値と固有振動数を小さい順に4個出力しています。

◇固有振動数は0.399、0.733、0.820、1.643Hzとなっています。また、図6-11にそれらから作成した棒グラフを示します（表計算ソフト使用）。

⑦先ず、固有値のNo.1に対する固有ベクトルを出力しています。

⑧検証誤差比と基準要素絶対値を示します。

◇意味等については、6.5節の①を参照してください。

⑨固有ベクトルの各変数値として、各節点番号毎にδX、δY、δZ、θx、θy、θzを示しています。

◇変数値が0のものは、変位を固定されたものです。なお、固有ベクトルの各変数値は相対値であり、全体を任意倍数だけ増減できます（以下同様）。

⑩以降に他のすべての固有ベクトルを順次出力しています。

⑪計算時間は6sです。

```
<<ＭＫ型固有値解析の結果>>
３次元ラーメンのテストモデル
［入力データファイル］,C:¥VB2022¥部材3次元振動解析¥Data¥Rahm3Dtest2SV.dat        ①
計算方法：ヤコビ法                                                                ②
固有値の小さい順の数, 4                                                           ③
<パラメーター条件>自動設定                                                        ④
バランス処理１回当りのループ回数, 5
初期のバランス処理の有無, 0
繰り返し計算の最大回数, 233928
要素のゼロ消去の打切り誤差率, 1E-08
-------------------------------------------------------
Ｍ行列要素の最大値, 397.2764                                                      ⑤
Ｋ行列要素の最大値, 2.406316E+09
-------------------------------------------------------
<固有値>                                                                          ⑥
No.、        固有値、        固有振動数
 1,          6.284158,       .3989732
 2,          21.21951,       .7331416
 3,          26.57701,       .8204899
 4,          106.5231,       1.642639
-------------------------------------------------------
<固有ベクトル>  No., 1                                                            ⑦
検証誤差比、基準要素絶対値                                                        ⑧
-5.486382E-09,  7.837769E+08
<節点番号, δX、δY、δZ、θx、θy、θz>                                              ⑨
 1,   0,   0,   0,   0,   0,   0
 2,   0,   0,   0,   0,   0,   0
 3,   1.626099E-06,  -.1607554,  -1.014878E-05,   .0002217608,   1.199213E-07,
-.005342769
 4,  -1.163169E-06,  -.1607554,   9.919464E-06,   .0002223438,  -1.1664E-06,
-.005214976
 5,   1.161041E-07,  -.1346865,  -1.348005E-05,   .0001372931,   3.922079E-07,
-.0001008796
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
 59,  -.004715606,  -.163087,   .0002097263,  -2.55031E-05,  -3.793548E-05,
-.0006769042
 60,   .0001183723,  -.1630871,   3.307241E-06,  -.0001112989,  -4.336006E-
05,  -.002544915
 61,   .004837866,  -.163087,  -.0002048268,  -2.684706E-05,  -3.241736E-05,
-.0006030058
-------------------------------------------------------
<固有ベクトル>  No., 2                                                            ⑩
検証誤差比、基準要素絶対値
 1.000935E-08,  7.83777E+08
<節点番号, δX、δY、δZ、θx、θy、θz>
 1,   0,   0,   0,   0,   0,   0
 2,   0,   0,   0,   0,   0,   0
 3,  -1.612724E-05,   .2154989,   8.198938E-06,  -.0004265502,  -2.855778E-
07,  -.01750346
 4,   1.629625E-05,   .2154989,  -7.971069E-06,  -.0004291575,  -1.546605E-
06,  -.01729005
```

図6-10（1/2）　　結果ファイルへの出力例（ラーメン、ＭＫ型）

```
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
 59,   .01637181,  -.220111,   .0004312026,  -5.214634E-05,   2.195948E-05,
.002325066
 60,  -.0005384833,  -.2201116,   1.309937E-05,  -.000225535,   2.318547E-
05,   .008947681
 61,  -.01709511,  -.220111,  -.0004120793,  -5.763814E-05,   7.665409E-06,
.002068927
------------------------------------------------------------
＜固有ベクトル＞  No., 3
検証誤差比、基準要素絶対値
 4.330223E-09,  7.83777E+08
＜節点番号, δX、δY、δZ、θx、θy、θz＞
 1,   0,   0,   0,   0,   0,   0
 2,   0,   0,   0,   0,   0,   0
 3,   1.08332E-05,  -.1274479,  -3.819307E-05,   .0006262967,   2.91838E-
06,   .005692414
 4,  -1.101359E-05,  -.127448,   3.847842E-05,   .0006261352,  -2.738804E-
06,   .005370954
 5,   1.138686E-07,   .2315688,  -5.670091E-05,   .0008272625,  -1.963803E-
06,   .0002424619
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
 59,   .004320653,  -.1159966,   .0005543538,  -6.267038E-05,  -3.456678E-
05,   .0005743303
 60,   7.939197E-06,  -.1159969,   1.934452E-05,  -.0002909717,  -6.803586E-
05,   .002288583
 61,  -.004238098,  -.1159966,  -.000527246,  -7.13325E-05,  -6.051169E-05,
.0005439564
------------------------------------------------------------
＜固有ベクトル＞  No., 4
検証誤差比、基準要素絶対値
 2.342171E-08,  7.837776E+08
＜節点番号, δX、δY、δZ、θx、θy、θz＞
 1,   0,   0,   0,   0,   0,   0
 2,   0,   0,   0,   0,   0,   0
 3,   1.906912E-05,  -.0002929023,  -1.078938E-05,  -3.703076E-05,   2.371907E-06,
-.09094188
 4,   1.934971E-05,  -.0002536264,  -1.083409E-05,   3.73292E-05,   3.146235E-
06,   .09098562
 5,  -9.320982E-09,   .0002349716,  -2.143896E-05,   .002101147,  -1.333613E-06,  -
4.422998E-05
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
 59,  -.2173226,   .0001458707,  -6.90235E-05,  -1.523198E-05,   1.306991E-
05,   .07129248
 60,  -.3125342,   .000155648,  -8.742976E-05,   3.126568E-07,  -7.081665E-06,
2.239091E-05
 61,  -.2174134,   .0001654244,  -6.794354E-05,   1.53124E-05,  -2.176156E-05,
-.07128446
-----------------------------------------------------
END   0h 0min 6s                                                    ⑪
```

図6-10（2/2）　結果ファイルへの出力例（ラーメン、ＭＫ型）

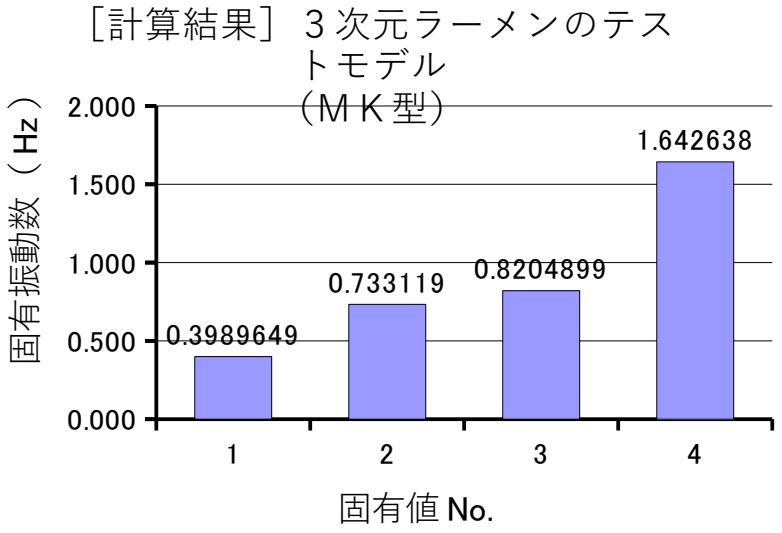


図6-11　　算出した固有振動数のグラフ（ラーメン、ＭＫ型）
注）OpenOffice Calc 使用

6.7 計算結果（トラス、比例減衰のＭＣＫ型）

例題のトラス構造テストモデルで、比例減衰のＭＣＫ型について、計算結果を図6-12に示します。ただし、質量比例の減衰係数は0.1、剛性比例の減衰係数は0.0001です。同図で〇印を付した数字の部分について補足説明します。

①振動解析用の入力データファイルを示しています。

②計算方法はヤコビ法を使用しています。

③固有値の小さい順の対の数は4を指定しています。

④パラメーター条件は自動設定で、その次の行以下の内容となっています。

⑤各行列要素の最大値を出力しています。

⑥算出された固有値と固有振動数を小さい順に4対出力しています。

◇本例では、上記の固有値対の指定数が4なので、複素固有値の総数は8個となっています。各固有値は、実数部、虚数部、大きさ、固有振動数のリスト表示となっています。固有値の大きさは、実数部と虚数部の2乗和の平方根です（以下同様）。本例ではすべての固有値が複素数ですが、もし実数の固有値の場合は虚数部と固有振動数が0となります。

◇本例の固有振動数は、各固有値対毎に11.88、20.88、26.56、33.92Hzとなっています。また、図6-13にそれらから作成した棒グラフを示します（表計算ソフト使用）。

⑦先ず、固有値のNo.1に対する固有ベクトルを出力しています。

⑧検証誤差比と基準要素絶対値を示します。

◇意味等については、6.5節の①を参照してください。

⑨固有ベクトルの各変数値として、各節点番号毎にδX、δY、δZを示しています。

◇変数値が0のものは、変位を固定されたものです。なお、固有ベクトルの各変数値は相対値であり、全体を任意倍数だけ増減できます（以下同様）。

⑩固有ベクトルのNo.2はNo.1と同じです。

◇比例減衰のＭＣＫ型では、固有ベクトルはすべて１対ずつ同一で、かつすべて実数となります。また、すべてＭＫ型の固有ベクトルと同じ値です。

⑪以降に他のすべての固有ベクトルを順次出力しています。

⑫計算時間は0s（1s未満）です。

```
<<ＭＣＫ型固有値解析の結果>>
３次元トラス構造モデル・・・材料数３
［入力データファイル］,C:¥VB2022¥部材3次元振動解析¥Data¥Trus3Dtest2-3MVc1.dat      ①
計算方法：ヤコビ法                                                                  ②
固有値の小さい順の対の数, 4                                                         ③
<パラメーター条件>自動設定                                                          ④
バランス処理１回当りのループ回数, 5
初期のバランス処理の有無, 0
繰り返し計算の最大回数, 648
要素のゼロ消去の打切り誤差率, 1E-08
-----------------------------------------------------------
Ｍ行列要素の最大値, 1988.416                                                        ⑤
Ｃ行列要素の最大値, 61066.52
Ｋ行列要素の最大値, 6.087974E+08
-----------------------------------------------------------
<固有値>                                                                            ⑥
No.、      実数部、        虚数部、        大きさ、        固有振動数
 1,        -.3287013,      74.65868,       74.6594,        11.8823
 2,        -.3287013,      -74.65868,      74.6594,        11.8823
 3,        -.9110238,      131.2236,       131.2268,       20.88489
 4,        -.9110238,      -131.2236,      131.2268,       20.88489
 5,        -1.44207,       166.8512,       166.8574,       26.55519
 6,        -1.44207,       -166.8512,      166.8574,       26.55519
 7,        -2.321498,      213.1304,       213.1431,       33.92076
 8,        -2.321498,      -213.1304,      213.1431,       33.92076
-----------------------------------------------------------
<固有ベクトル>  No., 1                                                              ⑦
検証誤差比、基準要素絶対値                                                          ⑧
 4.592777E-09,  3.463152E+08
<節点番号, δX、δY、δZ>                                                             ⑨
 1,   0,    0,    0
 2,   0,    0,    0
 3,   -.009064609,   .004181406,   .04307274
 4,   -.07249548,    .00727249,    .01360475
 5,   .01414145,     -.6010686,    .09200267
 6,   -.01649357,    -.6258267,    .00965164
 7,   .02307892,     -.3354821,    .05138787
 8,   -.1003389,     -.323047,     .02074904
 9,   0,    0,    0
 10,  0,    0,    0
-----------------------------------------------------------
<固有ベクトル>  No., 2                                                              ⑩
  前記ベクトルと同じ
-----------------------------------------------------------
```

図6-12（1/2）　結果ファイルへの出力例（トラス、比例減衰のＭＣＫ型 ）

```
＜固有ベクトル＞  No., 3                                                    ⑪
検証誤差比、基準要素絶対値
 2.920078E-09,  3.327496E+08
＜節点番号, δX、δY、δZ＞
 1,    0,    0,    0
 2,    0,    0,    0
 3,    .005101365,  -.6653904,  -.01155032
 4,    .08406804,  -.6021164,    .1905654
 5,  -.003402964,    .1356638,  -.02589383
 6,    .01393644,    .1447761,    .1939644
 7,  -.003962484,  -.1459661,  -.01398485
 8,    .1255289,  -.126522,    .1415044
 9,    0,    0,    0
 10,    0,    0,    0
-------------------------------------------------------
＜固有ベクトル＞  No., 4
  前記ベクトルと同じ
-------------------------------------------------------
＜固有ベクトル＞  No., 5
検証誤差比、基準要素絶対値
 7.092039E-09,  3.203785E+08
＜節点番号, δX、δY、δZ＞
 1,    0,    0,    0
 2,    0,    0,    0
 3,    .02287283,    .279397,  -.1396379
 4,  -.09893517,    .2419746,    .05277244
 5,  -.02796965,    .2313087,  -.2614014
 6,    .02243806,    .2796722,    .1957811
 7,  -.07162345,  -.537141,  -.1548436
 8,  -.009283032,  -.4638871,    .241287
 9,    0,    0,    0
 10,    0,    0,    0
-------------------------------------------------------
＜固有ベクトル＞  No., 6
  前記ベクトルと同じ
-------------------------------------------------------
＜固有ベクトル＞  No., 7
検証誤差比、基準要素絶対値
-1.181138E-09,  2.998916E+08
＜節点番号, δX、δY、δZ＞
 1,    0,    0,    0
 2,    0,    0,    0
 3,  -.08726873,    .2244119,    .3463413
 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
 8,    .2363742,    .009412375,    .3174787
 9,    0,    0,    0
 10,    0,    0,    0
-------------------------------------------------------
＜固有ベクトル＞  No., 8
  前記ベクトルと同じ
-------------------------------------------------------
END    0h 0min 0s                                                        ⑫
```

図6-12 (2/2)　結果ファイルへの出力例（トラス、比例減衰のＭＣＫ型 ）

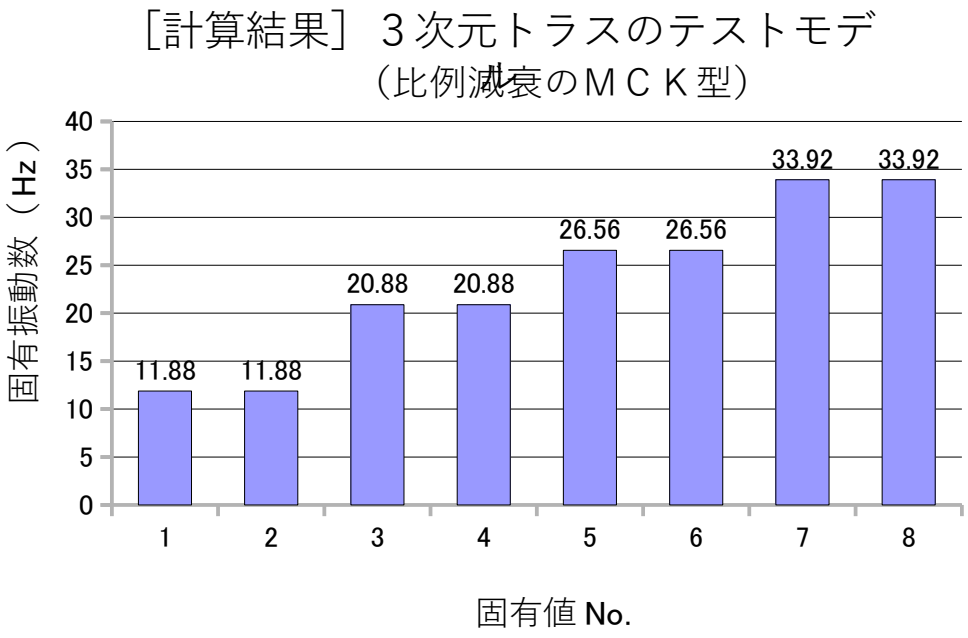


図6-13　　算出した固有振動数のグラフ（トラス、比例減衰のＭＣＫ型）
注）OpenOffice Calc 使用

6.8 計算結果（ラーメン、通常のＭＣＫ型）

例題のラーメン構造テストモデルで、減衰個別設定のＭＣＫ型について、計算結果を図6-14に示します。同図で〇印を付した数字の部分について補足説明します。

①振動解析用の入力データファイルを示しています。

②計算方法はアーノルディ法を使用しています。

③固有値の小さい順の対の数は4を指定しています。

④パラメーター条件は自動設定で、その次の行以下の内容となっています。

⑤各行列要素の最大値を出力しています。

⑥固有値と固有振動数を、固有値の小さい順に4対出力しています。

◇本例では、上記の固有値対の指定数は4なので、複素固有値の総数は8個となっています。出力項目等は前項の比例減衰のＭＣＫ型と同じです。

◇本例の固有振動数は、各固有値対毎に0.243、0.661、0.760、1.595Hzとなっています。また、図6-15にそれらから作成した棒グラフを示します（表計算ソフト使用）。

⑦先ず、固有値のNo.1に対する固有ベクトルを出力しています。

⑧検証誤差比と基準要素絶対値を示します。

◇意味等については、6.5節の①を参照してください。

⑨固有ベクトルの各変数値として、各節点番号毎にδX、δY、δZ、θx、θy、θzを示しています。

◇固有値が複素数のため、固有ベクトルも複素数となっています。複素数の各変数は、実数部、虚数部、大きさに分けて表示されています。変数値が0のものは、変位を固定されたものです。なお、固有ベクトルの各変数値は相対値であり、全体を任意倍数だけ増減できます（以下同様）。

◇固有値が実数の場合は、固有ベクトルも実数となり、ベクトルの各変数は実数１つだけが表示されます。

⑩固有ベクトルのNo.2はNo.1と共役ですので、数値表示は省略しています。

⑪以降に他のすべての固有ベクトルを順次出力しています。

⑫計算時間は9sです。

```
<<ＭＣＫ型固有値解析の結果>>
３次元ラーメンのテストモデル
［入力データファイル］,C:¥VB2022¥部材3次元振動解析¥Data¥Rahm3Dtest2SVc.dat        ①
計算方法：アーノルディ法                                                          ②
固有値の小さい順の対の数, 4                                                       ③
<パラメーター条件>自動設定                                                        ④
バランス処理１回当りのループ回数, 5
初期のバランス処理の有無, 1
繰り返し計算の最大回数, 20
要素のゼロ消去の打切り誤差率, 1E-12
消去計算実施の基準比率（対打切り誤差率）, .01
小行列の最大次数, 52
小行列のバランス処理回数, 3
-----------------------------------------------------------
Ｍ行列要素の最大値, 397.2764                                                      ⑤
Ｃ行列要素の最大値, 1000
Ｋ行列要素の最大値, 2.406316E+09
-----------------------------------------------------------
<固有値>                                                                          ⑥
No.、      実数部、       虚数部、       大きさ、       固有振動数
 1,       -1.989264,    -1.526671,     2.507568,      .2429773
 2,       -1.989264,     1.526671,     2.507568,      .2429773
 3,       -1.999848,    -4.151138,     4.607748,      .6606742
 4,       -1.999848,     4.151138,     4.607748,      .6606742
 5,       -1.939053,    -4.777991,     5.156464,      .7604409
 6,       -1.939053,     4.777991,     5.156464,      .7604409
 7,       -2.623506,    -10.02298,     10.36064,      1.595207
 8,       -2.623506,     10.02298,     10.36064,      1.595207
-----------------------------------------------------------
<固有ベクトル>  No., 1                                                            ⑦
検証誤差比、基準要素絶対値                                                        ⑧
-5.251443E-10,  1149890
節点No.、変位種類、実数部、       虚数部、       大きさ                          ⑨
 1,       δX,      0,             0,             0
 1,       δY,      0,             0,             0
 1,       δZ,      0,             0,             0
 1,       θx,      0,             0,             0
 1,       θy,      0,             0,             0
 1,       θz,      0,             0,             0
 2,       δX,      0,             0,             0
 2,       δY,      0,             0,             0
 2,       δZ,      0,             0,             0
 2,       θx,      0,             0,             0
 2,       θy,      0,             0,             0
 2,       θz,      0,             0,             0
 3,       δX,      4.649469E-07,  -1.483617E-06, 1.554766E-06
 3,       δY,      -.04311404,    .1565667,      .1623944
 3,       δZ,      -2.851419E-06, 9.921976E-06,  1.032358E-05
 3,       θx,      5.919008E-05,  -.0002174394,  .0002253517
 3,       θy,      -7.642184E-08, -5.456409E-07, 5.509667E-07
 3,       θz,      -.001506311,   .005087617,    .005305923
 4,       δX,      -4.382987E-07, 1.483493E-06,  1.546886E-06
 4,       δY,      -.04311404,    .1565667,      .1623944
```

図6-14（1/3）　　結果ファイルへの出力例（ラーメン、減衰個別設定のＭＣＫ型）

```
 4,        δZ,        2.852871E-06, -9.921966E-06,  1.032397E-05
 4,        θx,        5.91901E-05,  -.0002174395,   .0002253517
 4,        θy,       -1.616708E-07,  5.461414E-07,  5.695682E-07
 4,        θz,       -.001506312,    .005087619,    .005305925
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
-------------------------------------------------------
<固有ベクトル>  No., 2                                          ⑩
  前記ベクトルの虚数部の符号を反転させたもの
-------------------------------------------------------
<固有ベクトル>  No., 3                                          ⑪
検証誤差比、基準要素絶対値
-1.655529E-09,  1147469
節点No.、変位種類、実数部、        虚数部、        大きさ
 1,        δX,        0,              0,              0
 1,        δY,        0,              0,              0
 1,        δZ,        0,              0,              0
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
 3,        δX,        1.014751E-05,  1.327704E-05,  1.671082E-05
 3,        δY,       -.1338845,      -.171542,       .2176045
 3,        δZ,       -5.703296E-06, -7.098879E-06,  9.106134E-06
 3,        θx,        .0002763252,    .0003398309,   .0004379961
 3,        θy,       -5.227222E-08,  1.19455E-07,   1.303912E-07
 3,        θz,        .01068265,      .01405463,     .01765366
 4,        δX,       -1.013437E-05, -1.327714E-05,  1.670293E-05
 4,        δY,       -.1338845,      -.171542,       .2176045
 4,        δZ,        5.704052E-06,  7.098926E-06,  9.106644E-06
 4,        θx,        .0002763252,    .0003398309,   .0004379961
 4,        θy,       -6.886276E-08, -1.232967E-07,  1.412238E-07
 4,        θz,        .01068265,      .01405463,     .01765366
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
-------------------------------------------------------
<固有ベクトル>  No., 4
  前記ベクトルの虚数部の符号を反転させたもの
-------------------------------------------------------
<固有ベクトル>  No., 5
検証誤差比、基準要素絶対値
 8.762773E-10,  1146583
節点No.、変位種類、実数部、        虚数部、        大きさ
 1,        δX,        0,              0,              0
 1,        δY,        0,              0,              0
 1,        δZ,        0,              0,              0
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
 3,        δX,       -7.568842E-06, -7.257884E-06,  1.048638E-05
 3,        δY,        .08796255,      .08233817,     .1204864
 3,        δZ,        2.74271E-05,    2.614997E-05,  3.789547E-05
 3,        θx,       -.0004424424,   -.0004256828,   .0006139716
 3,        θy,       -2.357057E-06, -1.936721E-06,  3.050673E-06
 3,        θz,       -.003547075,    -.003578929,    .005038897
```

図6-14（2/3）　　結果ファイルへの出力例（ラーメン、減衰個別設定のＭＣＫ型）

```
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－
＜固有ベクトル＞　No.,　6
　前記ベクトルの虚数部の符号を反転させたもの
－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－
＜固有ベクトル＞　No.,　7
検証誤差比、基準要素絶対値
-2.663398E-09,　1133810
節点No.、変位種類、実数部、　　　　虚数部、　　　　大きさ
 1,　　　δX,　　　0,　　　　　　　0,　　　　　　　0
 1,　　　δY,　　　0,　　　　　　　0,　　　　　　　0
 1,　　　δZ,　　　0,　　　　　　　0,　　　　　　　0
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
 3,　　　δX,　　　 1.797782E-05,　 6.348652E-06,　 1.906587E-05
 3,　　　δY,　　　-1.837675E-05,　-6.564642E-06,　 1.951408E-05
 3,　　　δZ,　　　-9.829904E-06,　-3.492225E-06,　 1.043181E-05
 3,　　　θx,　　　-3.616171E-05,　-1.584813E-05,　 3.948206E-05
 3,　　　θy,　　　 1.223248E-06,　 8.717273E-07,　 1.50208E-06
 3,　　　θz,　　　-.08239932,　　 -.03820967,　　 .09082746
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－
＜固有ベクトル＞　No.,　8
　前記ベクトルの虚数部の符号を反転させたもの
－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－
END　　 0h 0min 9s　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　⑫
```

図6-14（3/3）　　結果ファイルへの出力例（ラーメン、減衰個別設定のＭＣＫ型）

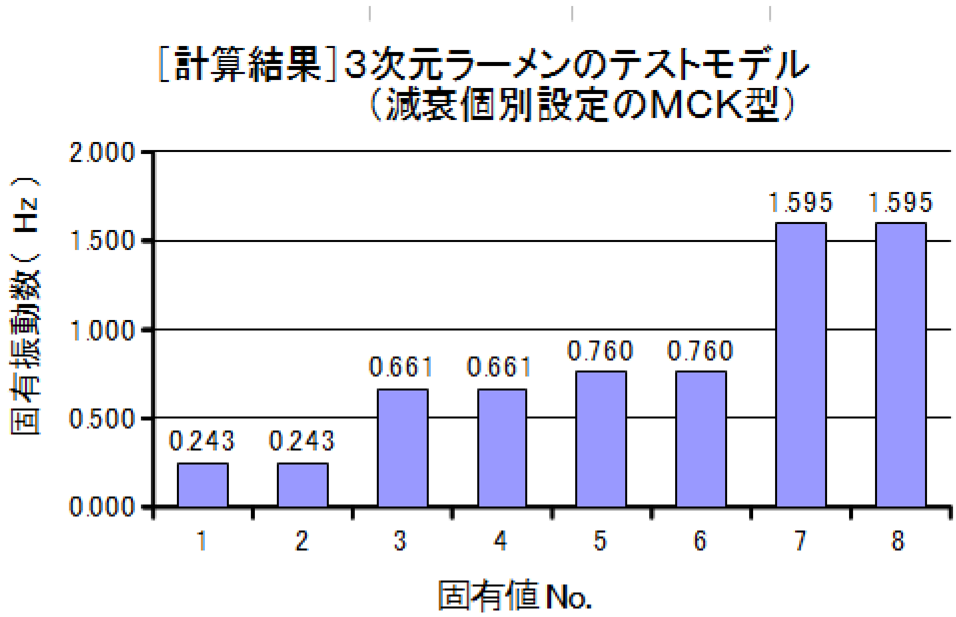


図6-15　　算出した固有振動数のグラフ（減衰個別設定のＭＣＫ型）
注）OpenOffice Calc 使用

6.9 計算結果（トラス・ラーメン混合、ＭＫ型）

トラス・ラーメン混合のＭＫ型の計算結果を図6-16に示します。同図で〇印を付した数字の部分について補足説明します。

①振動解析用の入力データファイルを示しています。

②計算方法はランチョス法を使用しています。

③固有値の小さい順の数は4を指定しています。

④パラメーター条件は自動設定で、その次の行以下の内容となっています。

⑤各行列要素の最大値を出力しています。

⑥算出された固有値と固有振動数を小さい順に4個出力しています。

◇固有振動数は0.371、0.530、0.612、0.760Hzとなっています。また、図6-17にそれらから作成した棒グラフを示します（表計算ソフト使用）。

⑦先ず、固有値のNo.1に対する固有ベクトルを出力しています。

⑧検証誤差比と基準要素絶対値を示します。

◇意味等については、6.5節の①を参照してください。

⑨固有ベクトルの各変数値として、各節点番号毎にδX、δY、δZ、θx、θy、θzを示しています。

◇変数値が0のものは、変位を固定されたものです。なお、固有ベクトルの各変数値は相対値であり、全体を任意倍数だけ増減できます（以下同様）。

⑩以降に他のすべての固有ベクトルを順次出力しています。

⑪計算時間は1sです。

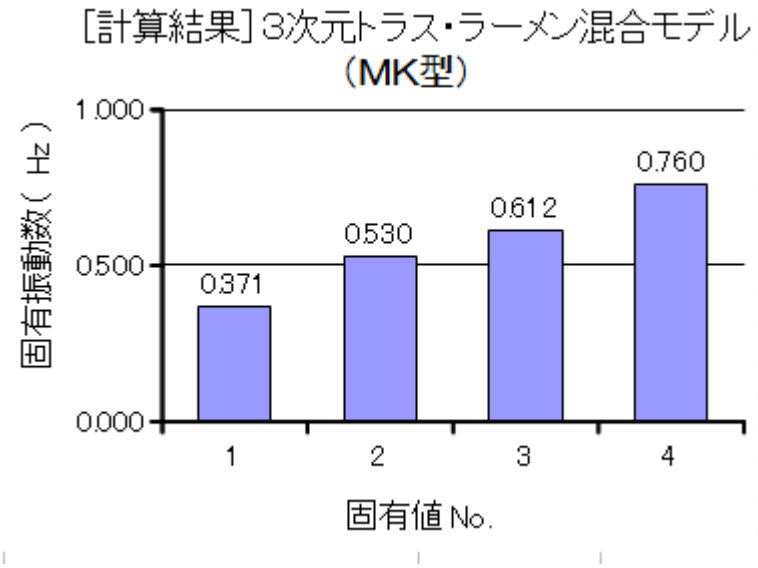


図6-17　　算出した固有振動数のグラフ（トラス・ラーメン混合、ＭＫ型）

注）OpenOffice Calc 使用

```
<<ＭＫ型固有値解析の結果>>
３次元トラス・ラーメン混合モデル
［入力データファイル］,C:¥VB2022¥部材3次元振動解析¥Data¥BarsC3Dtest2SV.dat        ①
計算方法：ランチョス法                                                              ②
固有値の小さい順の数, 4                                                             ③
<パラメーター条件>自動設定                                                          ④
バランス処理１回当りのループ回数, 5
初期のバランス処理の有無, 1
要素のゼロ消去の打切り誤差率, 1E-12
小行列の最大次数, 37
ベクトル再直交化の基準比率, .05
-------------------------------------------------------
Ｍ行列要素の最大値, 397.2764                                                        ⑤
Ｋ行列要素の最大値, 2.406316E+09
-------------------------------------------------------
<固有値>                                                                            ⑥
No.、        固有値、        固有振動数
 1,          5.445332,       .3713918
 2,          11.09187,       .530057
 3,          14.79346,       .612146
 4,          22.80645,       .760062
-------------------------------------------------------
<固有ベクトル>  No., 1                                                              ⑦
検証誤差比、基準要素絶対値                                                          ⑧
 2.879419E-09,  1150732
<節点番号, δX、δY、δZ、θx、θy、θz>                                               ⑨
 1,    0,    0,    0,    0,    0,    0
 2,    0,    0,    0,    0,    0,    0
 3,    7.753634E-07,    .1446268,    9.149898E-06,   -.0002036777,   -2.588291E-
07,    .005662209
 4,   -8.003074E-07,    .1446271,   -9.156999E-06,   -.0002177167,    3.541442E-
07,    .007095136
 5,    3.935019E-07,    .1164565,    1.191056E-05,    7.263313E-05,   -7.862693E-
09,   -.001265894
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
 59,   -.003875096,    .1977333,    .000790948,    .0002714302,   -6.757747E-07,
.001341789
 60,   -.006172278,    .1977324,    .001260123,    8.276477E-05,   -6.76886E-07,
.0003929265
 61,   -.005348457,    .1977312,    .001099126,   -.0002326745,   -6.776672E-07,
-.00114516
-------------------------------------------------------
<固有ベクトル>  No., 2                                                              ⑩
検証誤差比、基準要素絶対値
-1.849774E-13,  1149816
<節点番号, δX、δY、δZ、θx、θy、θz>
 1,    0,    0,    0,    0,    0,    0
 2,    0,    0,    0,    0,    0,    0
 3,    1.122162E-08,   -8.759648E-05,   -9.888153E-09,    5.277489E-08,
1.036643E-09,   -5.64099E-06
 4,   -1.142429E-08,   -8.758991E-05,    9.880678E-09,    2.786916E-07,   -
8.363263E-10,    1.334205E-05
```

図6-16（1/2）　　結果ファイルへの出力例（ トラス・ラーメン混合 、ＭＫ型）

```
 5,    4.555539E-09,   -7.926847E-06,   -1.197361E-08,    1.122605E-06,
1.679922E-10,    2.779098E-05
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
 59,   -4.302447E-05,    .0001296436,    2.345425E-06,    5.932897E-07,
4.715468E-11,    5.139132E-06
 60,   -3.593244E-05,    .0001296421,    3.016957E-06,   -4.467524E-08,
4.690666E-11,   -8.695077E-06
 61,   -1.046339E-05,    .0001296403,    2.179391E-06,   -6.138309E-07,
4.661204E-11,   -9.4457E-06
-------------------------------------------------------
<固有ベクトル>  No., 3
検証誤差比、基準要素絶対値
 2.053916E-10,  1149216
<節点番号, δX、δY、δZ、θx、θy、θz>
 1,    0,    0,    0,    0,    0,    0
 2,    0,    0,    0,    0,    0,    0
 3,    9.528798E-06,   -.1851238,   -4.657683E-06,    .0003054992,    2.604017E-
07,    .006176225
 4,   -7.142758E-06,   -.1851214,    4.733145E-06,    .0002622929,    1.843102E-
07,    .01484312
 5,    4.914059E-06,   -.08899369,    2.462158E-06,    .0005356899,   -2.134691E-
08,    .001316603
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
 59,    .03488013,    .2360507,    .001514308,    .0005228505,    1.142145E-07,
-.01191086
 60,    .05470354,    .2360487,    .002419004,    .0001603569,    1.142284E-07,
-.003062035
 61,    .0463378,    .2360459,    .002113754,   -.0004449374,    1.140909E-
07,    .01040342
-------------------------------------------------------
<固有ベクトル>  No., 4
検証誤差比、基準要素絶対値
 2.114412E-10,  1147916
<節点番号, δX、δY、δZ、θx、θy、θz>
 1,    0,    0,    0,    0,    0,    0
 2,    0,    0,    0,    0,    0,    0
 3,    1.282057E-05,   -.1731469,   -3.348888E-05,    .0006800541,    1.93502E-
06,    .004349372
 4,   -1.222495E-05,   -.1731445,    3.334508E-05,    .0007241191,   -1.923918E-
06,    .01181134
 5,    3.17185E-06,    .2233681,   -4.314932E-05,    .0001648134,    3.25098E-
07,    .008492351
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
 59,   -.0007986075,   -.04711999,   -.00104777,   -.0003547746,    2.330422E-06,
.0002652267
 60,   -.001222966,   -.04711922,   -.001658657,   -.0001061123,    2.332435E-06,
5.596826E-05
 61,   -.00100695,   -.04711819,   -.001439655,    .0003089576,    2.329685E-06,
-.0002389091
-------------------------------------------------------
END    0h 0min 1s                                                          ⑪
```

図6-16 (2/2)　　結果ファイルへの出力例（ トラス・ラーメン混合 、ＭＫ型）

第7章 「後処理」プログラム

7.1 サブメニュー画面

「メニュー」プログラムにおける「後処理」のサブメニュー画面を図7-1に示します。サブメニューは「変位モード図の作画」と「解析結果の主要値表示」の２つがあります。いずれのサブメニューをクリックしても、次の使用ファイル設定画面となります。

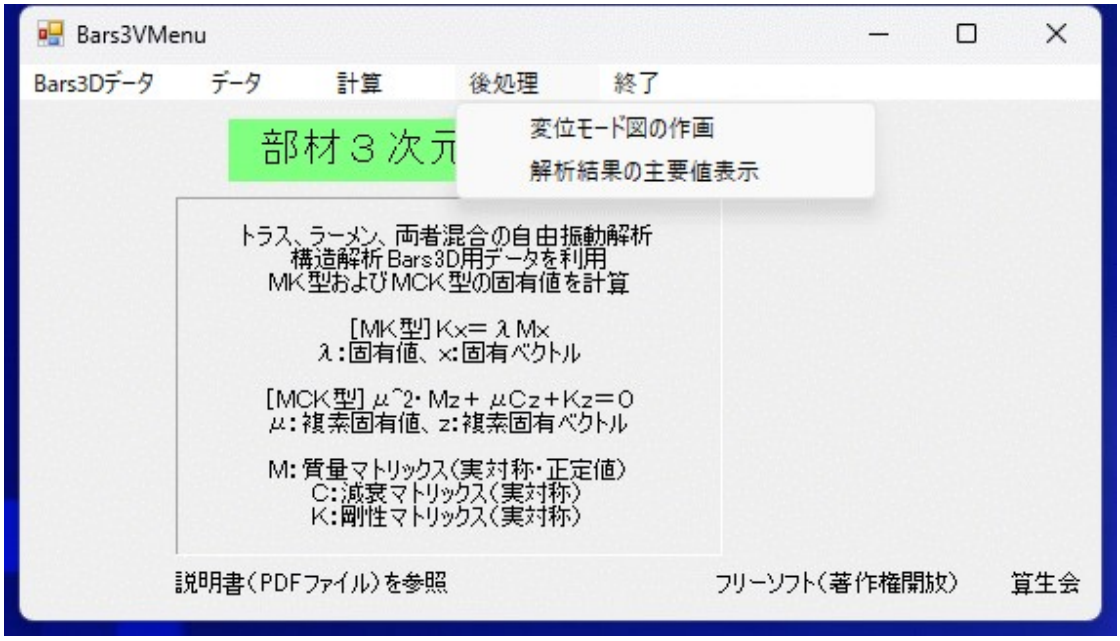


図7-1　　「後処理」サブメニュー画面

7.2 使用ファイルの設定

図7-2に使用ファイル設定画面を示します。同画面で、表題が「変位モード図の作成」になっていますが、他のサブメニューの場合は表題が入れ替わります。

本画面で、「入力データファイル指定」ボタンをクリックすると、コモンダイアログで入力データファイルを選定できます。そして、再び使用ファイル設定画面に戻ると、「入力データファイル指定」のテキストボックスには選定済み入力ファイル名が、また「解析結果ファイル指定」の方には入力ファイル名の拡張子を「.rep」に変更したファイル名が表示されます。もし、ファイル名が他の名前であった場合は、テキストボックスで修正できます。

本画面で、「設定」ボタンをクリックすると、変位モード図の場合は、仕様設定画面に移ります。また、解析結果の主要値表示の場合は、すぐに表示が実行されます。

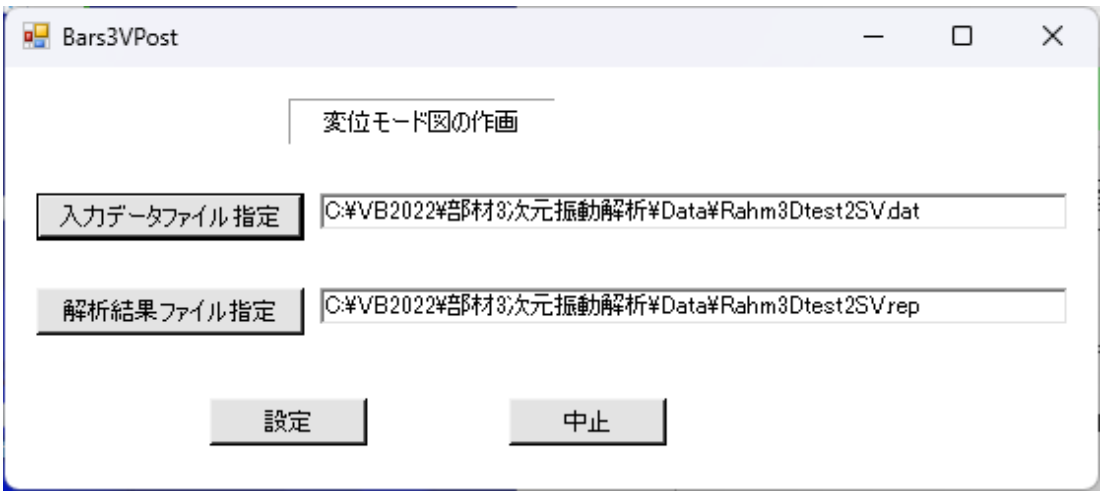


図7-2　　使用ファイル設定画面

7.3 変位モード図の仕様設定画面

図7-3に変位モード図の仕様設定画面を示します。

①本画面では、出力対象の固有値番号を入力します。

②本画面で、「固有値データ」ボタンをクリックすると、固有値データが表示されます。

◇図7-4に固有値データの表示例を示します。

③本画面で、「設定」ボタンをクリックすると、次の変位モード図作画画面に移ります。

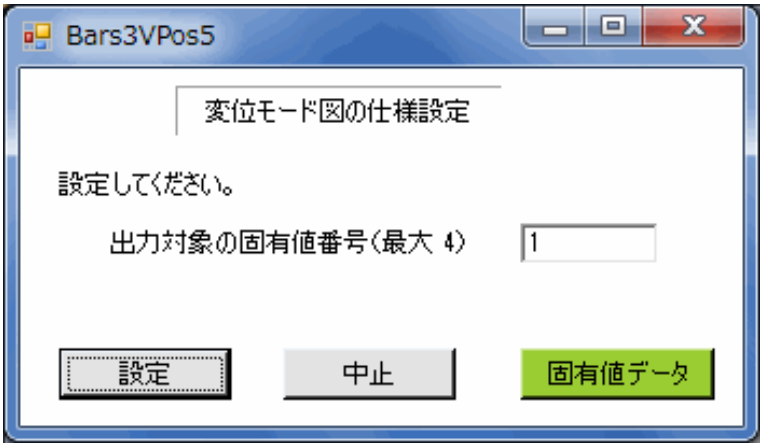


図7-3　　変位モード図の仕様設定画面

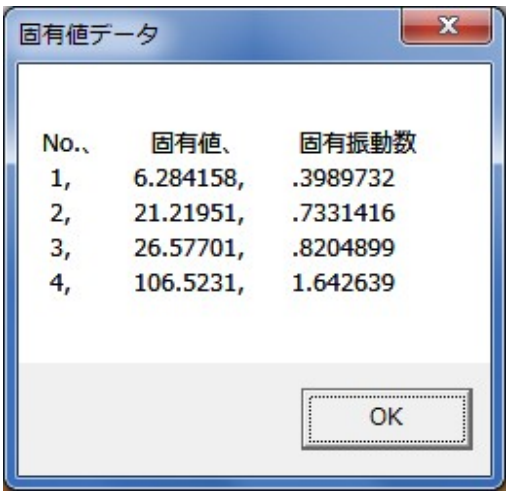


図7-4　　固有値データの表示例

7.4 変位モード図の作画画面

図7-5に変位モード図の作画画面（ラーメン、ＭＫ型）を示します。

①同画面のように、元の構造図に対して、青色で固有ベクトルに相当する変位モード図が表示されています。

◇回転変位θx、θy、θzは除外しています。

◇ＭＫ型の場合は、固有値と固有ベクトル（変位）は共に実数です。

◇固有ベクトルは全要素の符号が反転してもよいので、変位が各節点に対して対称となる正反対のモード図も存在します。これは、ＭＣＫ型の場合でも同じです。

②本画面の左側の「変位作画の倍率」は、構造寸法に対する変位の作画倍率を示します。本数値を任意に変更して「更新」ボタンをクリックすると、変更が反映されます。

◇変位モードの変位値は相対値なので、構造に対する変位基準長を決め、それを標準の倍率1にしています。

③本画面の左側に「変位線の幅」のパラメーターを表示してあり、それを変更できます。変更した後は、「再描画」ボタンをクリックすると作画画面が変更されます。

◇「変位線の幅」は1～3が可能で、初期値は1にしてあります。

④本画面の左下側の「構造図消去」ボタンをクリックすると、図7-6のように構造図なしの変位モード図だけになります。同図で「構造図作画」ボタンをクリックすると元の画面に戻ります。

⑤本画面の上側と左側に、作画の種々のパラメーターを表示してあり、それらを変更することができます。変更した後は、「再描画」ボタンをクリックすると、新しいパラメーター条件による作画画面に変更されます。

⑥「変位線の幅」は1～3が可能で、初期値は2にしてあります。

⑦パラメーターの「視点とモデルの距離倍率」は、透視変換の度合を調整するもので、小さくすると中心投影に近づき、大きくすると平行投影に近づきます。

⑧「視点の高さ倍率」は、透視の視点の高さを調整するもので、小さくすると視点が下がり、大きくすると上がります。

⑨「番号表示の項目」は、「要素番号」と「節点番号」の内、表示したい項目を重複選

択できます。

◇「番号表示の文字サイズ」は任意の値に設定できます。

⑩以上のパラメーターを変更した後、最初の状態に戻すには、「標準条件に設定」ボタンをクリックします。

⑪マウス右クリックで任意の節点を選択すると、図7-7のように同節点の変位値が表示されます。

◇本機能を使用中は、描画保存がありません（描画のさかのぼりが無効）。

◇ESCキーを押すと節点選択が解除されます。

⑫「Shift＋マウス」により構造を回転することができます。

◇等高線図の任意の場所で、Shiftキーとマウス左ボタンを押したまま、回転したい方向へマウスを移動させ、そこでマウスボタンを離します。そうしますと、回転が実行されます。

◇図7-8にマウスの操作方向と回転方向の関係を示します。同図のように、スクリーンの場所により、Z軸回り、X軸回りの各回転、または構造中心回りの旋回が実施されます。

◇変位モード図の「説明」ボタンをクリックすると、図7-8と同じ説明図が表示されます。

⑬「ホーム」ボタンをクリックすると、初期の回転位置に戻ります。

⑭マウス中ボタン、ホイールにより移動、拡大・縮小を行なうことができます。中ボタを押したまま動かせば図形を移動できます。また、ホイールの回転により拡大・縮小ができます。

⑮マウスドラッグ矩形により、変位モード図の一部分を拡大できます。

◇マウスドラッグは、拡大したい部分の左上隅にマウスを移動し、そこでマウスの左ボタンを押し、その左ボタンを押した状態で拡大部分の右下隅までマウスを移動させ、そこで左ボタンを離します。そうしますと、図7-9のようにマウスドラッグ範囲の矩形が表示され、コモンダイアログで「選択領域を拡大しますか？」と問うてきます。そこで、「はい」を選択すると、図7-10のように選択領域が拡大されて表示されます。ただし、図7-10では、要素番号と節点番号を表示しています。

◇上記の選択領域に関しては、要素全体（全節点）が選択領域に入っている要素だけがすべて拡大の対象となります。

◇拡大操作を行なった後、元の全体構造図に戻りたい場合は、「全要素描画」ボタンをクリックします。

⑯繰り返して描画を実施した場合、「前の描画」ボタンをクリックすると１つずつ前の描画にさかのぼることができます。

◇さかのぼれる描画の数は最大８つです。

◇回転操作があっても無視され、初期の回転位置で描画されます。

⑰「変位反転」ボタンをクリックすると、各節点変位の正負を反転させた変位モード図が作画されます。図7-5において「変位反転」を実施した変位モード図を図7-11に示し

ます。

◇対象構造は、元の変位モード図と反転の変位モード図の間を振動します。

⑱本画面で「コピー印刷」ボタンをクリックすると、プリンターで画面コピーを印刷できます。

⑲本画面を終了するには、「戻る」ボタンをクリックして、仕様設定画面に戻ります。また、他の固有値番号のものに変更したい場合は、「戻る」ボタンで仕様設定画面に戻って仕様変更し、再度、変位モード図を作画することができます。

⑳「標準・全画面切換」ボタンをクリックすると、標準画面と全画面を切り換えることができます。また、画面Formの右下コーナー等をマウスドラッグすることにより、標準画面と全画面の間で自由に拡大・縮小できます。

◇「コピー印刷」ボタンにより印刷した場合は、「通常画面」の作画が印刷されます。

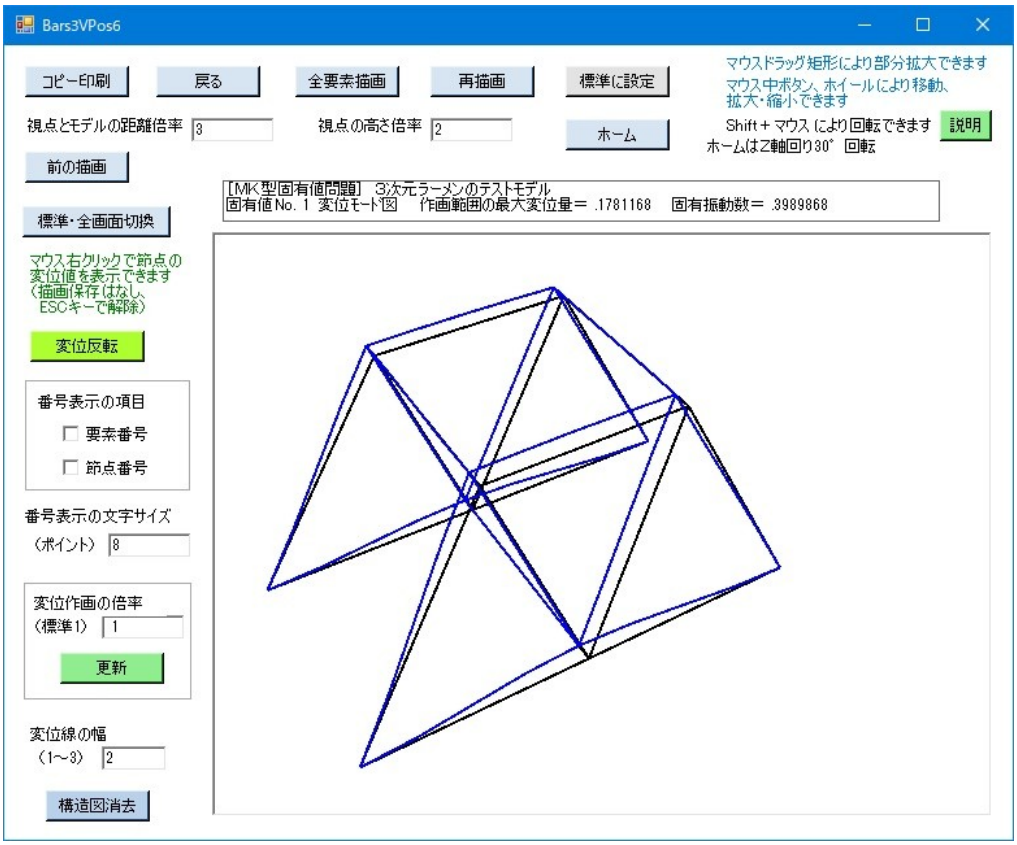


図7-5　　変位モード図の作画画面の初期状態（ラーメン、ＭＫ型）

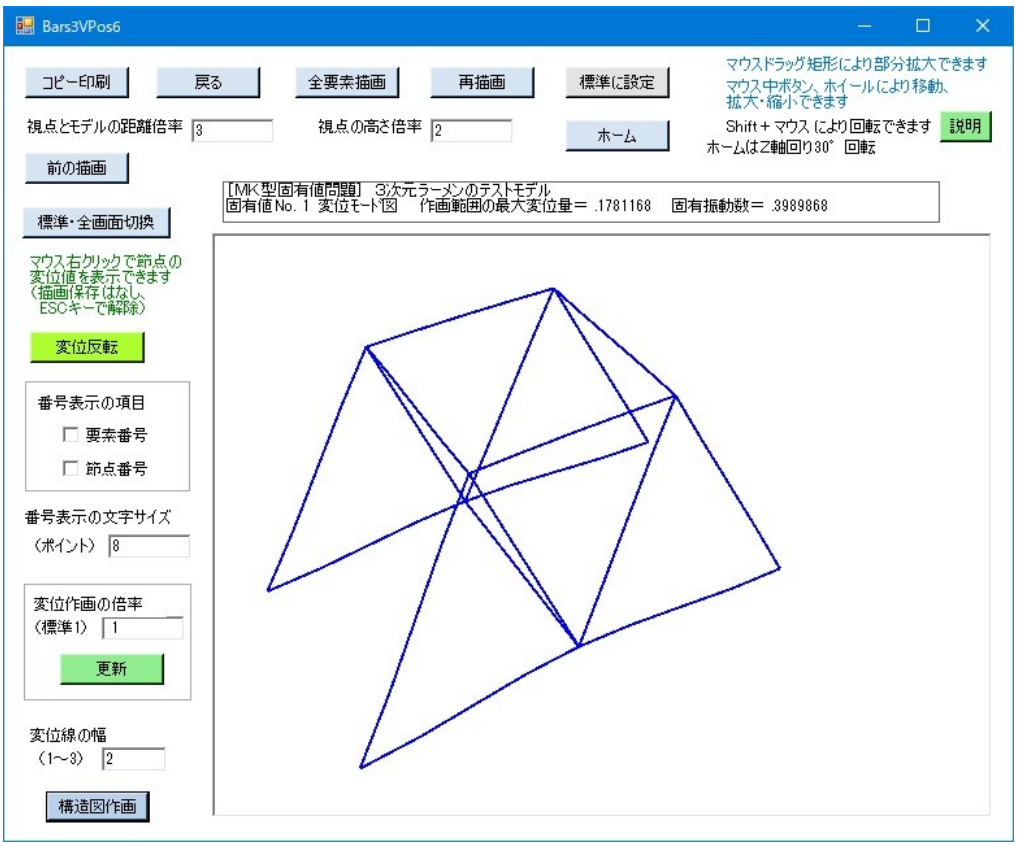


図7-6　　変位モード図の作画画面（ラーメン、ＭＫ型、構造図消去）

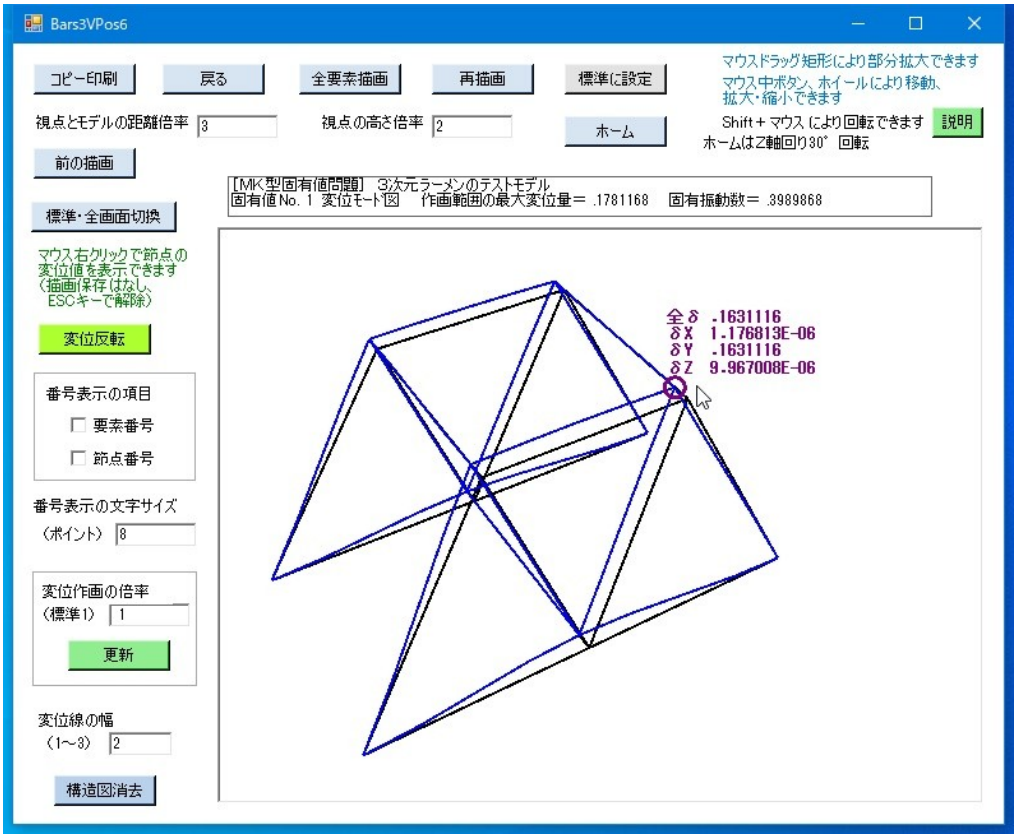


図7-7　　変位モード図の作画画面（ラーメン、ＭＫ型、マウス右クリックの節点の変位値表示）

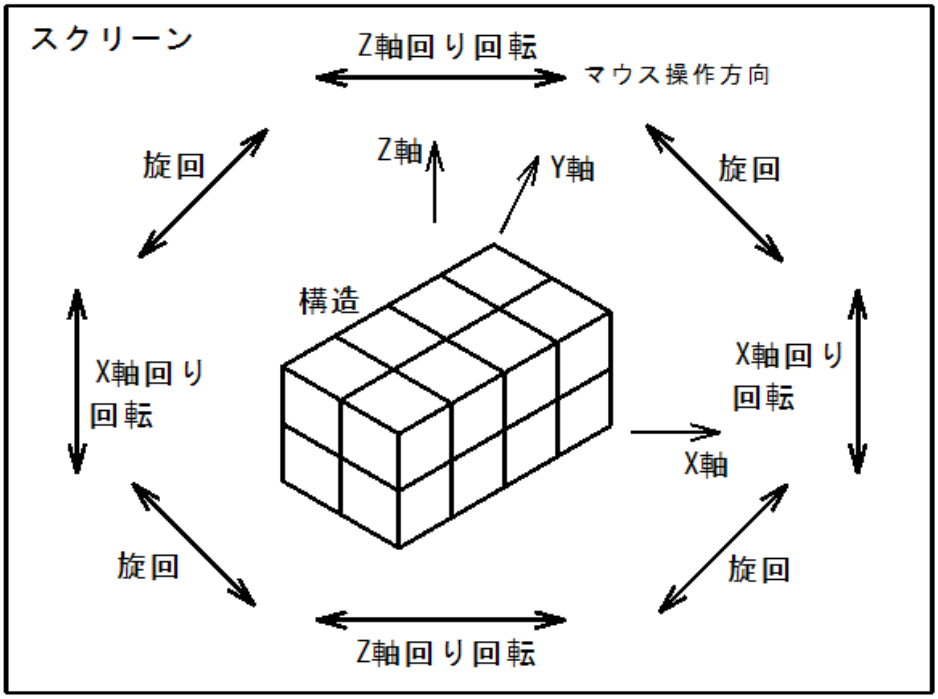


図7-8　　マウスの移動方向と回転方向との関係（Shiftキー併用）

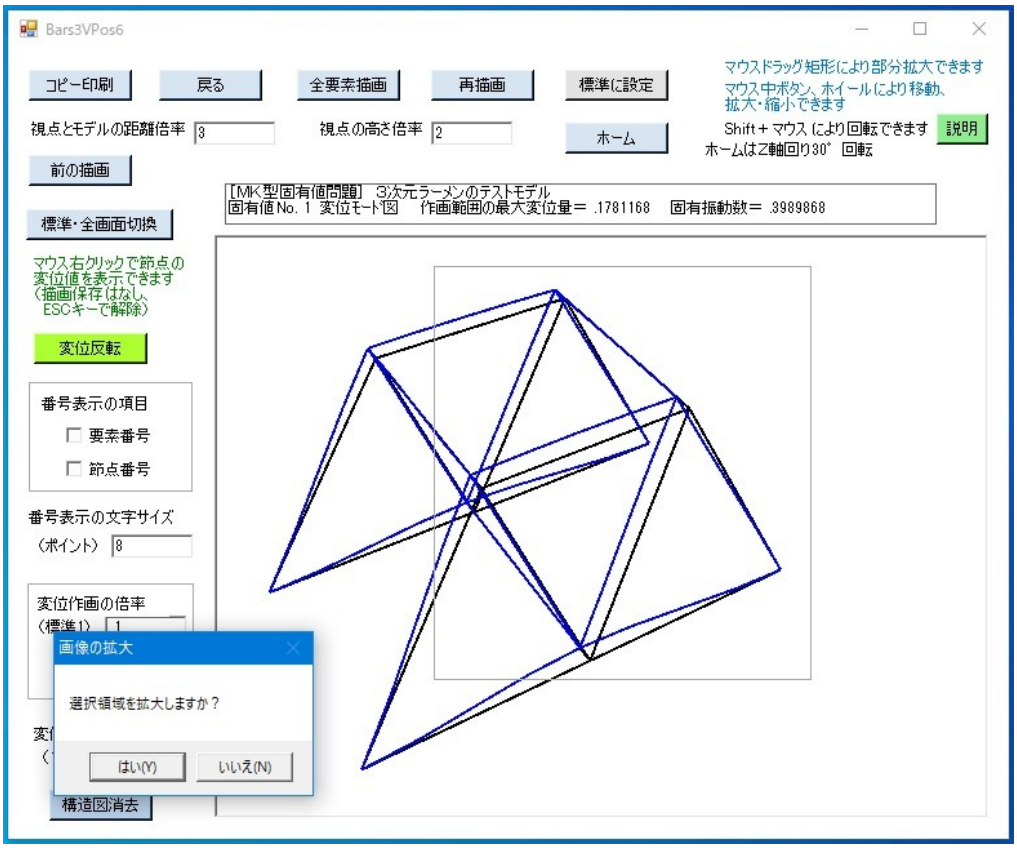


図7-9　　変位モード図画面における拡大領域選択例（ラーメン、ＭＫ型）

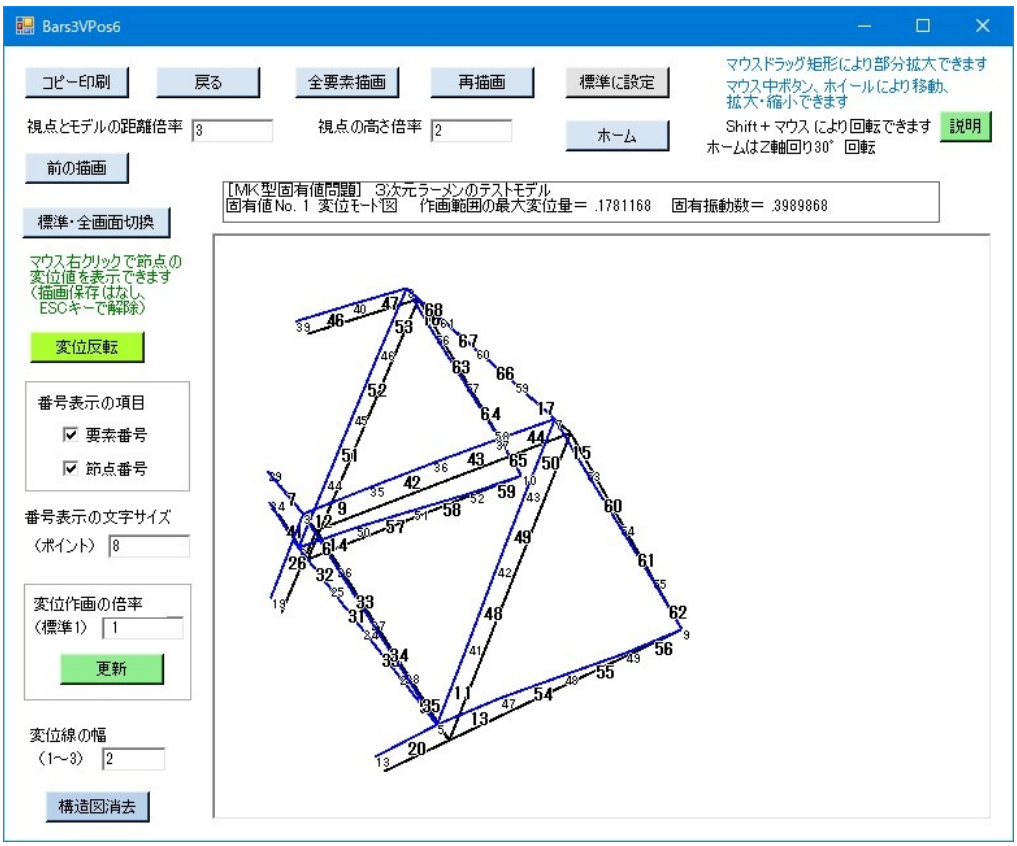


図7-10　　変位モード図画面における部分拡大例（ラーメン、ＭＫ型）

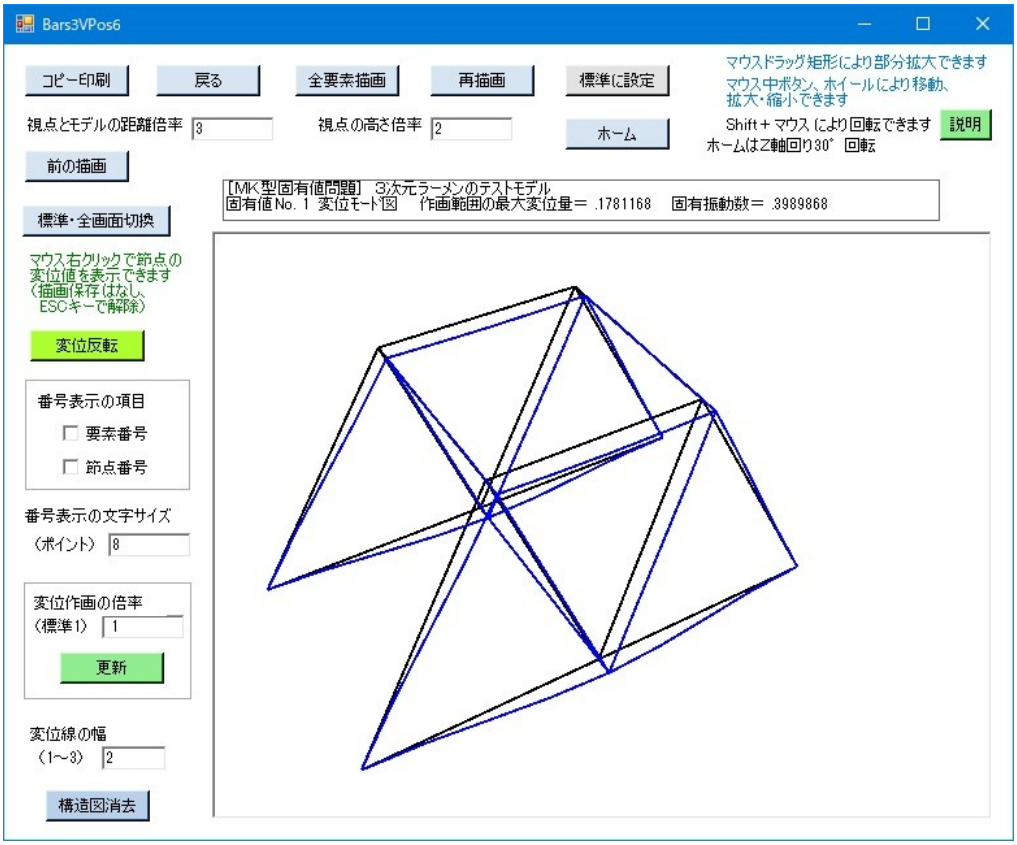


図7-11　　変位モード図の作画画面（ラーメン、ＭＫ型、変位反転）

また、図7-12に比例減衰のＭＣＫ型（トラス）、図7-13に減衰個別設定のＭＣＫ型（ラーメン）について、変位モード図の画面例を示します。

1) 図7-12では、固有値は複素数ですが、固有ベクトルは実数です。

2) 図7-13では、固有値と固有ベクトルが共に複素数です。同図では3対目の固有ベクトルに相当する変位モードを示しています。

◇固有ベクトルが複素数のときは、固有ベクトルに相当する各変位量（大きさ）の出現する時点が異なります。本ソフトでは、各節点の全変位量（XYZ３軸の変位を合成したもの）の内、最大値を有する節点でその最大値が生じる時点を計算し、その時点における各節点の変位を算出して変位モードを表示しています。

注）上記の時点とは、(1-11)式におけるβtを意味します。また、(1-11)式の$e^{\alpha t}$は、すべての変位にかかるので、省略しています。

さらに、図7-14にトラス・ラーメン混合のＭＫ型の変位モード図の画面例を示します。

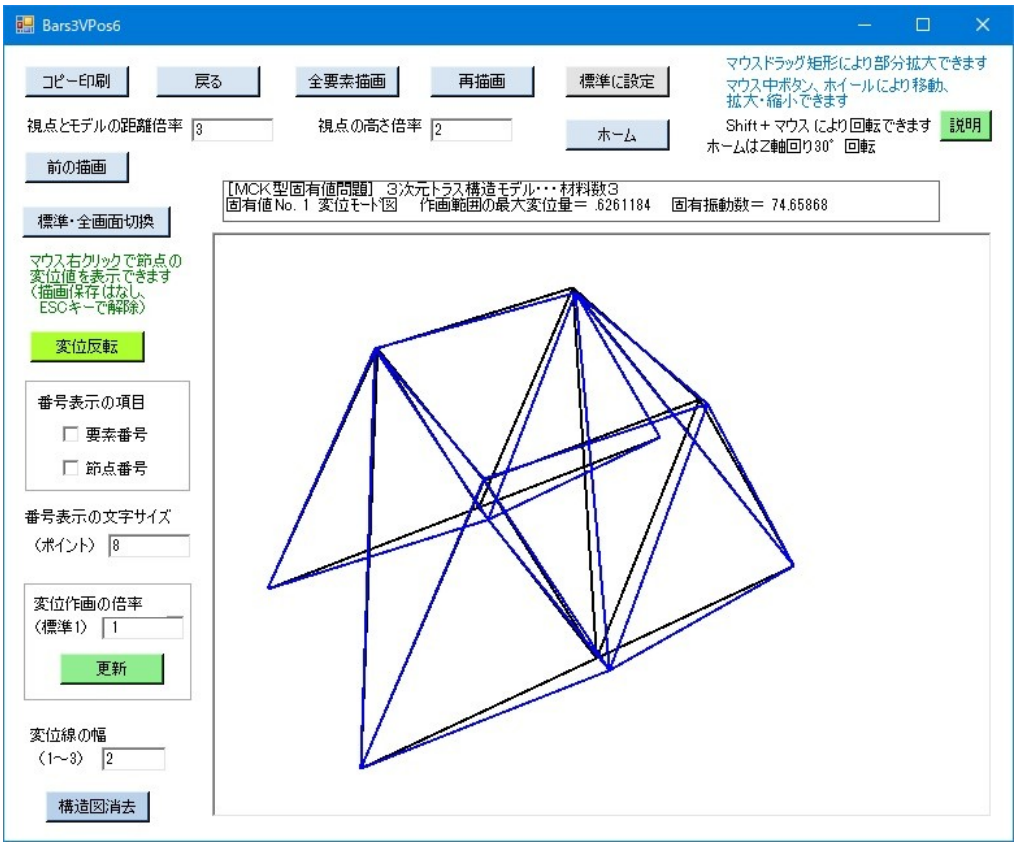


図7-12　　変位モード図の作画画面（トラス、比例減衰のＭＣＫ型）

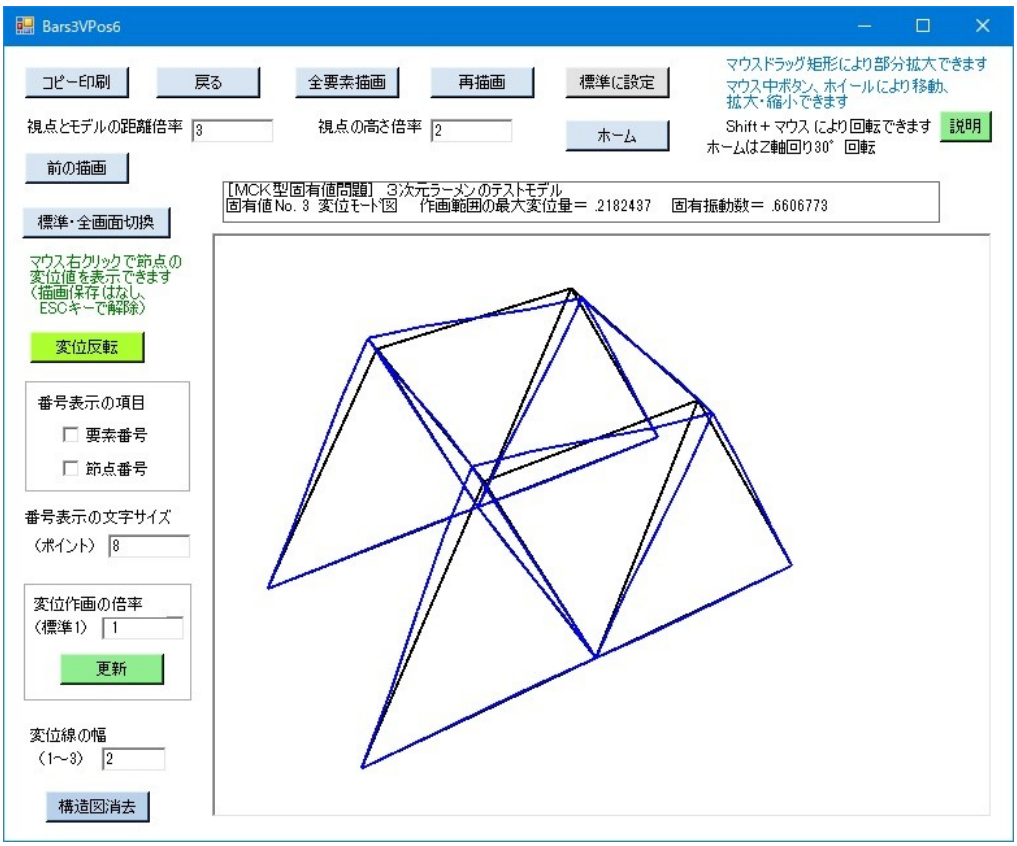


図7-13　　変位モード図の作画画面（ラーメン、減衰個別設定のＭＣＫ型）

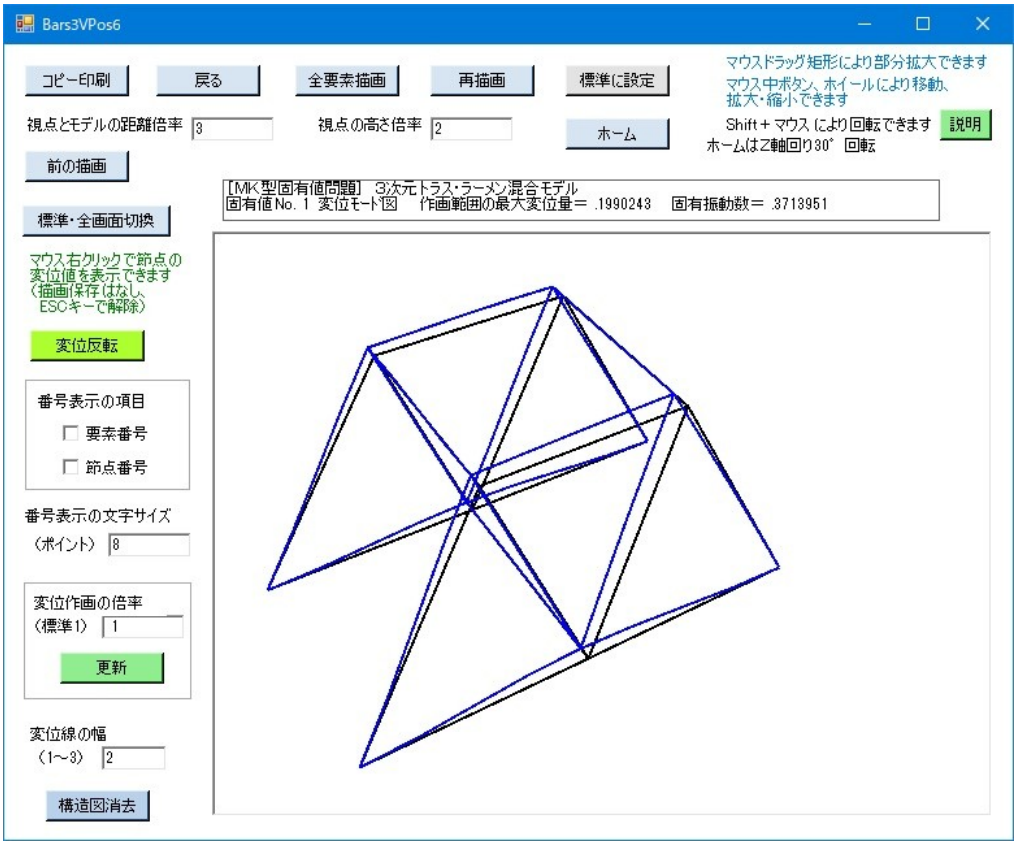


図7-14　　変位モード図の作画画面（トラス・ラーメン混合、ＭＫ型）

7.5 解析結果の主要値表示

図7-15に主要値表示の画面を示します。主要値データをクリップボードにコピーするかどうかは、「はい」または「いいえ」をクリックします。その後は立ち上げ時のメニュー画面に戻ります。

◇クリップボードにコピーされたデータは、他のソフトで貼り付け利用できます。

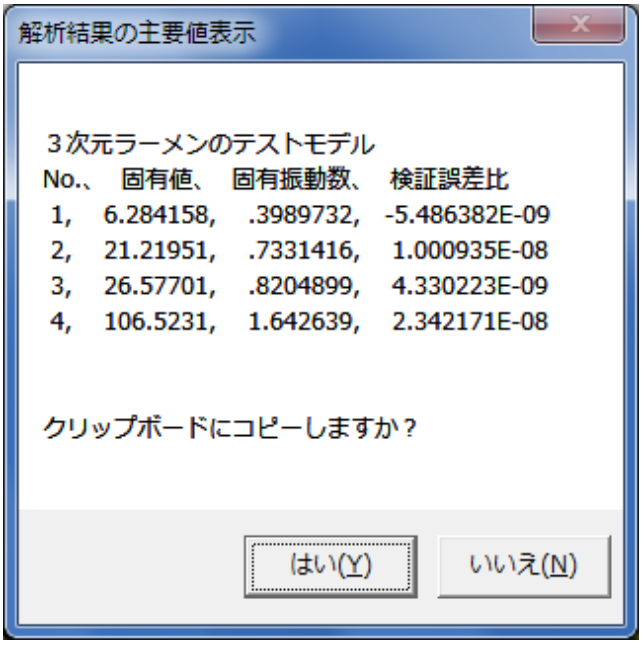


図7-15　　解析結果の主要値表示の画面（ラーメン、ＭＫ型）

［参考文献］

＜Ａ＞ＢＡＳＩＣ言語
A1)「Microsoft Visual Basic プログラミング ガイド」、
マイクロソフト（株）、1997
A2)「実力アップ Visual Basic.NET 基礎編」、川口 輝久、
（株）技術評論社、2003
A3)「Visual Basic 応用プログラミング」、林 晴比古、
ソフトバンク（株）、1997
A4)「Visual Basic for Windows プログラミング・パーツ」、河西 朝雄、
（株）ナツメ社、1994
A5)「かんたんプログラミング Visual Basic.NET 応用編」、田中 亨、
（株）オーム社、2002
A6)「Visual Basic リファレンス・ブック」、相沢 文雄、
（株）ナツメ社、1994
A7)「プログラミング Visual Basic.Net Vol.2 活用編」、Francesco Balena、
（株）ドキュメントシステム 訳、日経ＢＰソフトプレス、2002
A8)「Visual Basic 2005 [実践]プログラミングテクニック」、谷尻 かおり、
技術評論社、2007

＜Ｂ＞数値計算・統計解析・グラフィックス
B1)「数学公式・数表ハンドブック」、ｽﾋﾟｰｹﾞﾙ 著、氏家 勝巳 訳、
マグロウヒル ブック（株）、1984
B2)「数値解析とその応用」、名取 亮、
コロナ社、1992
B3)「線形計算」、名取 亮、
朝倉書店、1993
B4)「コンピュータグラフィックス講義」、青木 由直、
コロナ社、2000
B5)「Templates for the Solution of Algebraic Eigenvalue Problems」、Zhaojun Bai他、
Society for Industrial and Applied Mathematics、2000
B6)「Visual Basicによる工学計算プログラム」、黒田 英夫、
ＣＱ出版社、2001
B7)「Visual Basicによる数値解析プログラム」、黒田 英夫、
ＣＱ出版社、2002
B8)「Visual Basicによる固有値計算＆振動解析プログラム」、黒田 英夫、
ＣＱ出版社、2003

＜Ｃ＞有限要素法・差分法・工学一般
C1)「マトリックス有限要素法」、O.C.Zienkiewicz 他、吉識 雅夫 監訳、
（株）培風館、1970
C2)「有限要素プログラミング」、E.Hinton 他、川井 忠彦 監訳、
丸善（株）、1981
C3)「流体解析への有限要素法の応用」、J.J.Connor 他、奥村 敏恵 監訳
サイエンス社、1981
C4)「マイコンによる有限要素解析」、戸川 隼人、
（株）培風館、1982

C5)「流れと熱伝導の有限要素法入門」、矢川 元基、
（株）培風館、1983
C6)「有限要素法による熱応力・クリープ・熱伝導解析」、矢川 元基 他、
（株）サイエンス社、1987
C7)「有限要素法による振動解析」、戸川 隼人、
サイエンス社、1997
C8)「The Finite Element Method (Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis」、Thomas J.R.Hughes、 Dover Publications、2000
C9)「パソコンで解く骨組の静的・動的・弾塑性解析」、藤谷 義信 他
丸善（株）、 2001
C10)機械工学便覧A5「材料力学」、日本機械学会編、
日本機械学会、2001
C11)「The Finite Element Method in Electromagnetics」、Jianming Jin
John Wiley & Sons、 2002